

# 岩(矿)层真厚度的标准计算公式

赵卫东

河北省地矿局第一地质大队 河北邯郸 056001

**摘要:** 岩(矿)层真厚度的计算,其公式因引用参数含义不同有几种版本,不管哪种版本,其中有个正负号的选择问题,虽然也有正负号的选择说明,但仍有不少地质工作者不知其选择对否,也有不少人士想一探该公式推导过程,本文根据常规坐标系推导了该公式,并结合实际情况分析了各参数的取值,以期达到令计算者能确信求解的岩(矿)层真厚度正确无误。

**关键词:** 岩(矿)层;真厚度

## 引言

本文先列出计算岩(矿)层真厚度的传统公式,提出疑问,然后在常规坐标系下推导了真厚度的计算公式,在此基础上讨论了各参数的实际引用,与传统公式对比分析,使读者自然而然理解正负号的选择问题,进而能达到自信正确计算岩(矿)层真厚度。

## 一、传统岩(矿)层计算公式

据《固体矿产资源量估算规程第2部分:几何法》(胡建明,等,2020),单样品真厚度示意图见图1(左):

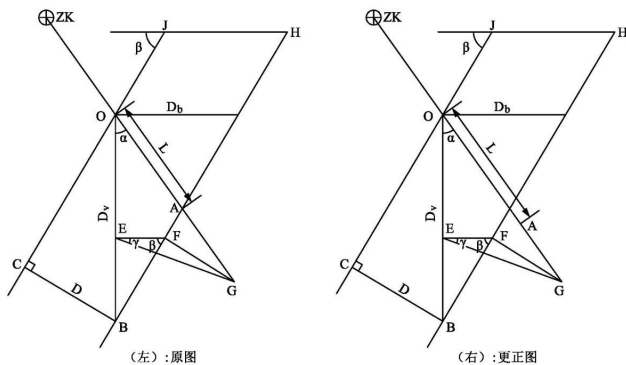


图1 单工程样品厚度示意图

单样品真厚度计算公式:

$$D = L(\sin \alpha \sin \beta \cos \gamma \pm \cos \alpha \cos \beta) \quad (1)$$

式中: $D$ ——样品真厚度,单位为米,即拓展为岩(矿)层真厚度,水平厚度 $D_h = D/\sin \beta$ ,垂直厚度 $D_v = D/\cos \beta$ ;

$L$ ——样品长度,单位为米,即取样钻孔岩心长度

或刻槽样长度;

$\alpha$ ——钻孔天顶角或样槽坡度角的余角,即钻孔岩心样或样槽样与铅直方向的夹角;

$\beta$ ——矿体倾角,即岩(矿)层与水平面的夹角;

$\gamma$ ——钻孔穿过矿体处钻进方位或样槽方位与矿体倾向夹角,这是两个水平方位之间的夹角;

$D_h$ 、 $D_v$ ——水平、垂直厚度, $D_h = D/\sin \beta$ , $D_v = D/\cos \beta$ 。

当工程(钻孔或样槽)倾斜方向与矿体倾斜方向相反时用“+”号,相同时用“-”号; $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ 均为正的锐角。

以上为传统的岩(矿)层真厚度的计算公式及其参数说明,与《固体矿产资源量估算规程第2部分:几何法》(胡建明,等,2020)阐述相比,个别参数代号字母不同,个别参数说明作了补充,去掉了角度单位说明,实际在Excel公式中需要将角度转换弧度单位进行三角函数计算(姚瑶,等译,2017),故本文默认角度以弧度为单位。图1基本是原图,增加了关键点的字母,便于表达。相类似的还有《固体矿产勘查工作规范》(邓善德,等,2016),其中附录P中也有真厚度的计算方法,其公式中将工程天顶角换成了工程倾角,一个是与向下铅直方向的角,一个是与水平面的角,参数含义不同,公式也有所变化,但其本质类同。本文选择前者的参数定义,因向下铅直方向到工程矢量的角,即天顶角,与标准球坐标的三个参数其中一个相同,标准球坐标系与直角坐标系具有严密的互转换,这种参数意义更具有通便性。

有同行就会发生疑问,工程倾斜方向一般就是工程的方位,但当刻槽样向右上方时,工程的倾向与方位是相反了还是都反向了呢?引用(1)式该选正号还是负号呢?再者,当 $\alpha < \pi/4$ 、 $\beta < \pi/4$ ,

**作者简介:** 赵卫东(1970-),男,汉族,河北邯郸人,毕业于长春地质学院物探系,现主要从事物探勘探工作。

$\cos \alpha \cdot \cos \beta > \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos \gamma$ ，又当(1)式中取负号时，D值就成了负值，这正确吗？还有，图1(左)中BOG为井轴的立面，BCJH是岩(矿)层倾向的铅直剖面，它们应有交角 $\gamma$ ，怎么图中看起来都共面了？共面则 $\gamma=0$ ，但图中 $\gamma=\angle FEG \neq 0$ ，这很矛盾啊！其实，图1(左)确实存在错误，井轴OG与岩(矿)层倾向的剖面BCJH仅在O点有交点，即岩心样OA端点A不在BH边上，OG与BH只在视觉上相交，并非真正有交点。除非 $\gamma=0$ ，则OG必在BCJH面内，BCJH面与井轴的立面共面，A正位于BH边，这是 $\gamma=0$ 的特殊情况。一般情况下，图1(左)应更正为图1(右)。产生前面疑问，主要因为当前地质学中对岩层的倾向值域一般默认为 $0 \sim \pi/2$ ，这对倒转岩层的描述需要补充额外的说明，槽样的走向、倾向更没有严格的定义，自然会引来一些揣测、疑问。

以上这些问题，总会令计算者在引用(1)时或多或少在心中产生疑虑。为此，本文先定义常规坐标系，在常规坐标下定义各参数，然后推导岩(矿)层真厚度的标准计算公式。

## 二、岩(矿)层真厚度计算公式推导

### (一) 建立三维坐标系

以北向为X轴正向，东向为Y轴正向，Z轴铅直向下。

### (二) 工程样的矢量

对于钻孔，以钻孔穿过岩(矿)层的顶点为坐标原点O，对于刻槽样，起始端定义为坐标原点O，岩心或槽样统称为工程样，将其作为一矢量，如图2(左)，设工程样长 $L=OA$ ，顶角 $\alpha$ ，方位角为 $\varphi$ ，OA即为三维矢量，用三实数 $(x_1, y_1, z_1)$ 表示：

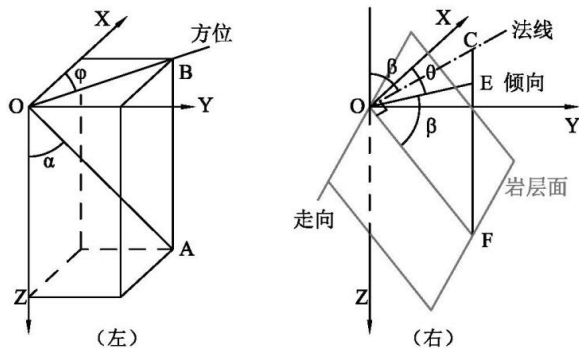


图2 工程样矢量(左)与岩层法线方向矢量(右)示意图

$$\begin{cases} x_1 = L \sin \alpha \cos \varphi \\ y_1 = L \sin \alpha \sin \varphi \\ z_1 = L \cos \alpha \end{cases} \quad (2)$$

### (三) 岩(矿)层面向新地层的法线单位矢量

如图2(右)，设岩(矿)层的倾角 $\beta$ 、倾向 $\theta$ ，易知，法线OC方向单位矢量 $(x_2, y_2, z_2)$ 如下：

$$\begin{cases} x_2 = \sin \beta \cos \theta \\ y_2 = \sin \beta \sin \theta \\ z_2 = -\cos \beta \end{cases} \quad (3)$$

### (四) 岩(矿)层的真厚度

工程样的矢量OA在岩层面法线OC矢量方向的投影，即工程样矢量与岩(矿)层法线单位矢量的点乘(谢树艺，1986)的绝对值，即是OA段岩(矿)层的真厚度D：

$$\begin{aligned} D &= |x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2| \\ &= |L \sin \alpha \cos \varphi \sin \beta \cos \theta + L \sin \alpha \sin \varphi \sin \beta \sin \theta - L \cos \alpha \cos \beta| \\ &= |L \sin \alpha \sin \beta (\cos \varphi \cos \theta + \sin \varphi \sin \theta) - L \cos \alpha \cos \beta| \\ &= L |\sin \alpha \sin \beta \cos(\varphi - \theta) - \cos \alpha \cos \beta| \end{aligned}$$

上面推导过程中应用了三角函数积化和差公式，令 $\gamma = \varphi - \theta$ ，上式化为：

$$D = L |\sin \alpha \sin \beta \cos \gamma - \cos \alpha \cos \beta| \quad (4)$$

式中： $D$ ——岩(矿)层真厚度，亦即L样长的单工程样品真厚度；

$L$ ——工程样长度，即岩心样或刻槽样的长度；

$\alpha$ ——自铅直向下方向开始，到工程样矢量的角， $\alpha$ 值域为 $0 \sim \pi$ ，这项不同于式(1)中规定；

$\beta$ ——岩(矿)层倾角，此角的值域也是 $0 \sim \pi$ ，当 $\beta = \pi/2$ 为直立岩层，当 $\beta > \pi/2$ 为倒转岩层，但注意， $\beta$ 自 $0$ 至 $\pi$ ，岩(矿)层倾向 $\theta$ 没有改变；

$\gamma$ ——工程样方位角 $\varphi$ 与岩(矿)层倾向角 $\theta$ 的差，即 $\gamma = \varphi - \theta$ 。计算 $\gamma$ 时，不必管 $\varphi$ 、 $\theta$ 哪个作减数或被减数。方位角 $\varphi$ 与倾向角 $\theta$ 均为水平面内自北X轴正向起算的角。

上面(4)公式没有正负号的选择，各参数的意义明确，在标准坐标系下能描述各种实际情况，无重复、无遗漏，具备严密的数学逻辑，更便于普遍性公式引用计算。与(1)式相比，不必考虑条件差别而选择正负号、刻意求锐角，应用更加通畅。

## 三、真厚度计算公式中的参数分析

### (一) $\gamma$ 参数

工程样方位的值域为 $0 \sim 2\pi$ ，岩层倾向的值域为 $0 \sim 2\pi$ ，两者的差 $\gamma$ 的值域为 $-2\pi \sim 2\pi$ ，因 $2\pi$ 为一圆周期，实际上 $\gamma$ 的值域仍为 $0 \sim 2\pi$ ，因 $\cos(-\gamma) = \cos(\gamma)$ ，故求 $\gamma$ 时不必考虑哪个是减数或被减数。

为与式(1)对比，设 $\gamma$ 对应的锐角为 $\gamma'$ ，即当

$0 \leq \gamma \leq \pi/2$ ,  $\gamma' = \gamma$ , 当  $\pi/2 < \gamma \leq \pi$ ,  $\gamma' = \pi - \gamma$ , 当  $\pi < \gamma \leq 3\pi/2$ ,  $\gamma' = \gamma - \pi$ , 当  $3\pi/2 < \gamma \leq 2\pi$ ,  $\gamma' = 2\pi - \gamma$ , 类似, 设  $\alpha'$ 、 $\beta'$  为  $\alpha$ 、 $\beta$  对应的锐角,  $\alpha'$ 、 $\beta'$  相对较为简单, 要么为原  $\alpha$ 、 $\beta$ , 要么为  $\alpha$ 、 $\beta$  的补角。

若限制  $\gamma$  取锐角, 当  $\pi/2 < \gamma \leq 3\pi/2$  时, 即工程方位与岩(矿)层倾向相反时, 式(4)化为:

$$D = L |\sin \alpha \sin \beta \cos \gamma' + \cos \alpha \cos \beta| \quad (5)$$

(1)式取正号时即为上式, 注意, (1)式中说的是岩(矿)层倾向与工程倾向相反时取正号, 而(5)式前提是工程方位与岩(矿)层倾向相反, 于是:

a. 若工程方位与工程倾向一致, (5)式表明(1)式与(4)完全一致;

b. 若工程方位与工程倾向不一致, 则工程倾斜方向与岩(矿)层倾向相同, 故(1)式应取负号, 与(5)式相异。这种情况对应刻槽方向向右上方, 这时,  $\alpha > \pi/2$ , 式(5)中若强制要求  $\alpha$  取锐角, 则(5)式化为:

$$D = L |\sin \alpha' \sin \beta \cos \gamma' - \cos \alpha' \cos \beta| \quad (6)$$

(6)式再次表明(1)式与(4)一致。

### (二) $\alpha$ 参数

公式(4)中  $\alpha$  值域为  $0 \sim \pi$ , 当  $\alpha = \pi/2$  时, 表示工程样为水平, 水平钻孔不多见, 更多是水平刻槽样品, 同样, 当  $\alpha > \pi/2$ , 表示在竖直槽壁上向右上方刻槽取, 这上面①已分析过。这里补充说明, 若不考虑实际采样过程的方向, 定义向右上方的刻槽样其上端点为起始端点, 则其倾向与刻槽方向相反, 这时  $\alpha \leq \pi/2$ , 引用(1)时必须这样处理, 但引用(4)没有这方面的限制, (4)式具备严密的数学逻辑基础。

### (三) $\beta$ 参数

公式(4)中  $\beta$  为岩(矿)层倾向角, 其值域为  $0 \sim \pi$ , 当  $\beta = \pi/2$  时为直立岩层, 当  $\beta > \pi/2$  时, 岩层倒转, 注意, 这时其倾向仍为岩层面指向新地层的法线所指的方位。当岩层倒转时, 若强制要求倾向角为锐角, 而以指向老地层的岩(矿)层的法线方位为倾向, 相当于  $\gamma$  取了反向  $\gamma + \pi$ ,  $\beta$  取了补角  $\pi - \beta$ , 导致(4)式中的第一项、第二项同时化为相反数, 则(4)式维持不变。可见, 岩(矿)层的倒转与否, 引用(1)、(4)均可取得正确结果, 但(1)式中参数意义易引人疑问, (4)式中的参数具备明确的意义, 更符合实际情况。

### (四) 当 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ 均为锐角时

这时, 由于  $\gamma$  为锐角, 岩(矿)层倾向与工程走向、工程倾向一致, 那么式(4)、(1)均化为了(6)

式。那么, 当  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  均为锐角时, 有没有岩(矿)层倾向与工程倾向相反这种情况呢? 没有这种情况。

### (五) 绝对值问题

式(4)的原理由矢量投影而来, 矢量方向相同投影为正, 相反投影为负, 显然, 真厚度为不具备负值意义, 这也是(4)式取绝对值的理由。(1)式与(4)式没有本质的差别, 也有计算得负值的可能, 若计算得出负值, 取绝对值即可。

### 四、结论与建议

式(1)、(4)均能正确计算出岩层的真厚度, 但应注意:

①不必考虑岩(矿)层倒转, 将其作为正常层序处理获取锐角倾向角  $\beta$ , 不影响真厚度计算结果。但, (4)式不限于这种处理, 还容涵了倒转岩层的原始产状的参数, 更符合实际情况。

②引用(1)式应注意工程走向用来获取  $\gamma$  参数, 工程倾向用来决定正负号选择, 其公式有可能计算得出负值, 取绝对值即可。另外就是(1)式的参数  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  均必须取锐角。原规范的插图[本文中图1(左)]也存在错误, 应更正为本文图1(右)。

③引用(4)式需要注意将工程样以矢量看待, 首先明确其起始端, 进而获取其走向方位  $\varphi$  与顶角  $\alpha$ , 岩层产状考虑倒转与否均可, 只要工程、岩层产状参数正确, 无需关注其间关系。 $\gamma$  角严格取工程走向方位角与岩(矿)层倾向角的差值, 哪个作减数或被减数无关紧要。

④(4)式严格定义了各参数的意义、值域, 数学逻辑更严谨, 不必做方向正反判断取正负号, 也不必刻意获取锐角, 使公式明确化, 更便于公式复制计算。

建议: 优先选用(4)式, 用两种甚至多种方法相互验证, 确保计算结果正确。

### 参考文献

- [1]胡建明, 胡魁, 邓善德, 马国玺, 等. 固体矿产资源量估算规程第2部分: 几何法(DZ/T 0338.2-2020)[S]. 地质出版社. 2020
- [2]Michael Alexander, Dick Kusleika(著), 姚瑶, 王战红(译). 中文版Excel2016高级VBA编程宝典(第8版)[M]. 2017. 清华大学出版社
- [3]邓善德, 杨强, 万会, 雍卫华, 等. 固体矿产勘查工作规范(GB/T33444-2016)[S]. 中国标准出版社出版. 2017
- [4]谢树艺. 矢量分析与场论. 高等教育出版社[M]. 1986.