

# 球面 4R 机构的设计及特性研究

樊百林<sup>1</sup> 张昌睿<sup>1</sup> 黄钢汉<sup>2</sup>

1. 北京科技大学 机械工程学院

2. 北京科技大学科技产业集团

**摘要:** 运用基于解域的四精确点球面 4R 机构函数综合的方法建立机构类型解域, 将无穷多机构解表示在有限区域内, 然后从无穷多机构解中通过理论计算和试验仿真分析, 设计出满足高速剑杆织机的空间引纬机构。针对高速剑杆织机引纬机构球面 4R 机构的运动特殊性, 运用拆杆拆副法, 建立机构运动数学模型, 分析研究机构参数变化对输入量和输出量之间的变化趋势。

**关键词:** 解域; 球面 4R 机构; 拆杆拆副法; 运动特性

## 引言

高速剑杆织机是一种适用于织造丝、棉、毛、麻以及化纤长丝等的纺织设备。在一定范围内, 织机转速可通过屏幕按钮改变, 具有调节简便、高速、高效等优点。引纬机构是剑杆织机的重要组成部分, 核心机构之一, 它的功能是将纬纱引入由经纱所形成的梭口, 从而交织成所需的织物纹理。对此的工艺要求较为严格, 如与开口、打纬的时间配合, 以及平稳准确性、高速适应性, 直接影响到织物的质量。引纬机构主要由三大部分组成: 第一部分是球面 4R 机构, 第二部分是平面四连杆机构, 第三部分是齿轮放大机构, 其本质上就是一套由空间曲柄摇杆机构、平面四连杆机构和齿轮机构等基本机构组成的串联组合机构。球面 4R 机构由于其结构紧凑、运动灵活、承载能力强, 适用于高速工况, 易于实现空间方位的变换以及周转与摆转运动的转换等特点, 受到广泛的研究与运用。蒋君宏对球面四杆机构进行了分类研究<sup>[1]</sup>。球面 4R 机构作为 4R 空间机构最常见的一种演变形式(其四个转动副交汇于一点)<sup>[2-4]</sup>, 对于球面 4R 机构的获得有许多方法, 可以通过多于 5 个精确点的问题给出了球面曲线的自适应圆弧拟合方法, 建立了球面运动近似函数综合的数学模型<sup>[5]</sup>, 根据空间 RSSR 机构建立机构运动的数学模型, 然后推导出空间 RSSR 机构的位移方程。同时分析空间 RSSR 机构转化为球面 4R 机构的必要条件, 并从理论上证明通过对机构设计参数的特殊选取<sup>[6]</sup>。目前很多学者对球面 4R 机构做了研究, 分析探讨了剑杆织机空间四连杆引纬机构参数变化对其运动学特性的影响, 通过代数解析的方法建

立了该机构各部分数学模型, 编制了 MATLAB 程序对其进行运动仿真, 得出了运动特性曲线, 同时定量分析了转速和曲柄长度变化对引纬机构运动规律的影响<sup>[7]</sup>。使用不同的方法对球面四杆机构进行了运动分析, 使用四元数对球面四杆机构进行数学建模<sup>[8, 9]</sup>, 球面 4R 机构输入输出方程为球面 4R 机构的运动学分析提供了理论基础<sup>[10]</sup>。

本文运用基于解域的四精确点球面 4R 机构函数综合的方法建立机构类型解域, 从无穷多机构解中通过理论计算和试验仿真分析, 设计出满足高速剑杆织机的球面 4R 空间引纬机构。运用拆杆拆副法, 建立机构运动数学模型, 分析研究其球面 4R 机构的运动特性, 并且为球面 4R 引纬机构设计与改进提供论据。

## 1. 基于解域的四精确点球面 4R 机构函数综合

球面 4R 机构是所有转动副轴线汇交于球心的铰链四杆机构, 故此处需要用球面坐标研究球面机构, 建立如图 1 所示的坐标系:

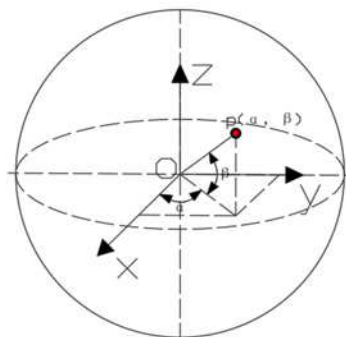


图 1 空间点的球坐标表示

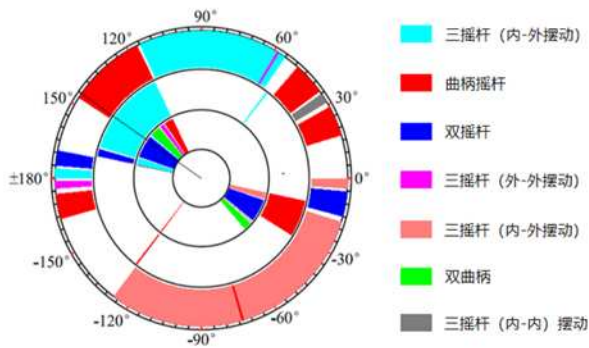


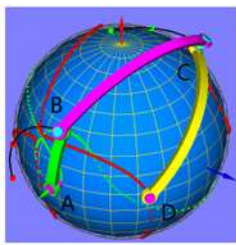
图2 机构类型解域

给定两连架杆的四组对应角位移为  $(\varphi_i, \psi_i)$  ( $i=1,2,3,4$ ):  $(8^\circ, 12^\circ)$ ,  $(35^\circ, 20^\circ)$ ,  $(81^\circ, 40^\circ)$ ,  $(120^\circ, 60^\circ)$ 。设两个转动副轴线的夹角为  $\gamma$ ，取机架长度  $\gamma_4=50^\circ$ ，根据相对运动转换法，计算转换后连杆点的坐标及其方位角，转换后的四位置参数见表1。

表1 转换后的四位置参数

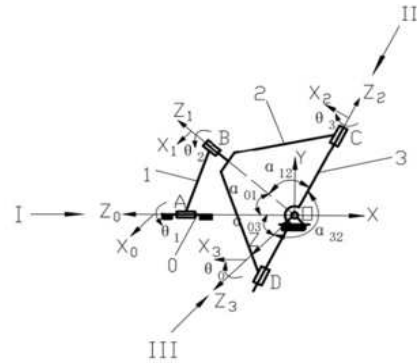
位置 $i$	$\alpha_i / (^\circ)$	$\beta_i / (^\circ)$	方位角 $\theta_i / (^\circ)$
1	50.00	0.00	12.00
2	46.72	-20.35	1.87
3	19.21	-47.10	24.56
4	-24.06	-45.26	62.15

按照布式点求解及解域的建立方法，得到如图2所示的机构类型分布图。圆心O代表已知的连架杆，从中可以直观准确地得到综合所得全部机构的类型及分布区间。从图2中可知，不存在摇杆曲柄机构，因此在该设计初值下不能得到这种机构，如果要求摇杆曲柄，只能更改设计参数。因为引纬机构的空间球面4R机构需要选择曲柄摇杆机构，从图2中可以看出曲柄摇杆机构的分布区间为  $[-173^\circ, -164^\circ]$ 、 $[-128^\circ, -127^\circ]$ 、 $[-74^\circ, -73^\circ]$ 、 $[-30^\circ, -12^\circ]$ 、 $[17^\circ, 29^\circ]$ 、 $[\beta_6^\circ, 19^\circ]$ 、 $[116^\circ, 120^\circ]$ 、 $[116^\circ, 147^\circ]$ 。则球面圆点的经度坐标可以在这八个区间内取值，取球面圆点经度为  $145^\circ$ ，由图2可知此角度对应着3个机构，在外圈选取可得到曲柄摇杆机构。



A、D为固定铰链点  
B、C为动铰链点

图3 四精确点问题综合所得机构



0. 机架 1. 驱动曲柄 2. 叉形连杆 3. 摇杆

图4 球面4R机构简图

通过开发的球面机构综合与分析软件能方便快捷地计算出综合所得机构的尺寸参数，并可以进行运动仿真，图3给出的是球面圆点经度为  $145^\circ$  在外圈选择时对应的机构，该机构为曲柄摇杆机构，其尺寸参数如表2所示。

表2 综合所得机构的尺寸参数

类型	$\gamma_1 / (^\circ)$	$\gamma_2 / (^\circ)$	$\gamma_3 / (^\circ)$	$\gamma_4 / (^\circ)$
曲柄摇杆	30.75	96.38	93.46	50.00

该机构输入杆的初始转角  $\phi_1=87.73^\circ$ ，输出杆的初始转角  $\psi_1=46.27^\circ$ 。综合所得机构应满足当主动杆以  $\phi_1$  为起点分别转过  $35^\circ - 8^\circ = 27^\circ$ 、 $81^\circ - 8^\circ = 73^\circ$  和  $120^\circ - 8^\circ = 112^\circ$  时，对应的从动杆以  $\psi_1$  为起点分别转过  $20^\circ - 12^\circ = 8^\circ$ 、 $40^\circ - 12^\circ = 28^\circ$  和  $60^\circ - 12^\circ = 48^\circ$ 。

表3给出了该机构在精确点处输入输出杆转角的四组对应关系，可以看出它很好地满足了设计的要求。

表3 精确点处转角的对应关系

$i$	$\phi_{i1} / (^\circ)$	$\phi_{i2} / (^\circ)$	$\psi_{i1} / (^\circ)$	$\psi_{i2} / (^\circ)$
1	87.73	0	46.27	0
2	114.73	27	54.27	8
3	160.73	73	74.27	28
4	199.73	112	94.27	48

通过基于解域的四精确点球面4R机构函数综合的方法可以求出我们需要的4R机构，同时结合剑杆织机引纬机构的实际功能结构，其机构运动简图如图4所示：在机架上建立总的坐标系，并且在球面4R机构的各杆上，固结相应的相对坐标系。

## 2. 球面4R机构的特性研究

### 2.1 球面4R机构的运动学数学模型

从图4可知，机构的各杆均固有相应的坐标系，其中  $Z_i$  轴与运动副的轴线相重合，而  $X_i$  轴与相邻两个  $z$  轴

的最短距离线相重合，即与相邻两轴的公垂线相重合。运用拆杆拆副法，假想将机构拆分为浮动链 2-3 和连架链 0-1，可以求解出输出转角  $\theta_3$  和输入转角  $\theta_1$  的关系式，即  $\cos(z_1, z_3) = \cos(z_3, z_1)$ ，即：

$$(0,0,1)C_{12}C_{13}(0,0,1)^T = (0,0,1)C_{13}C_{01}(0,0,1)^T$$

求出：

$$\theta_3 = \arccos\left(\frac{\cos\theta_1 \sin\alpha_{30} \sin\alpha_{01} \cos\alpha_{30} \cos\alpha_{01} + \cot\alpha_{12} \cot\alpha_{23}}{\sin\alpha_{12} \sin\alpha_{23}}\right)$$

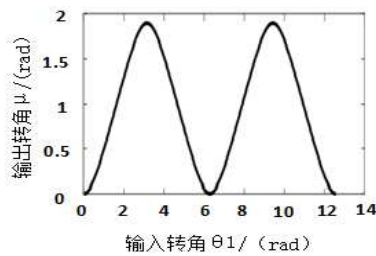
上式中  $\alpha_{01}=45^\circ$ ， $\alpha_{12}=60^\circ$ ， $\alpha_{23}=90^\circ$ ， $\alpha_{30}=90^\circ$  分别为 z 轴之间的夹角，代入化简可得输入转角和输出转角的运动函数为：

$$\theta_3 = \arccos\left(\frac{\cos\theta_1 \sin\alpha_{01}}{\sin\alpha_{12}}\right)$$

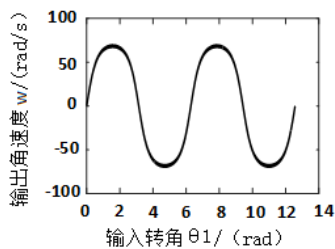
令  $\mu = f(\theta_1) - f(0^\circ)$  表示 4R 引纬机构运动函数方程相对于初始位置的运动关系。

### 2.2 球面 4R 机构的运动特性研究

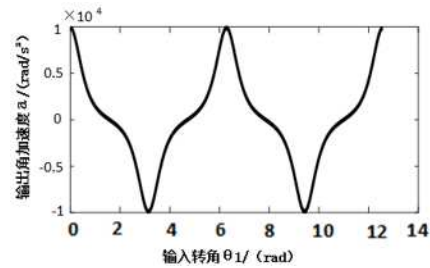
剑杆织机的转速逐步提高，高速剑杆织机替代低速，对高速剑杆织机的研究也加深，取驱动曲柄以 800r/min 匀速转动，驱动曲柄由主轴直接带动，即运动周期  $T=0.075s$ ，结合 Matlab 软件构建球面 4R 机构的运动学模型，进行理论的计算，获得了输入转角角位移随输入转角变化的运动规律曲线，如图 5 所示。



(a) 位移曲线



(b) 角速度曲线

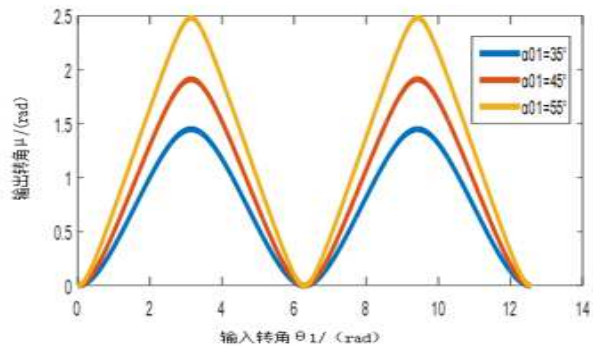


(c) 角加速度曲线

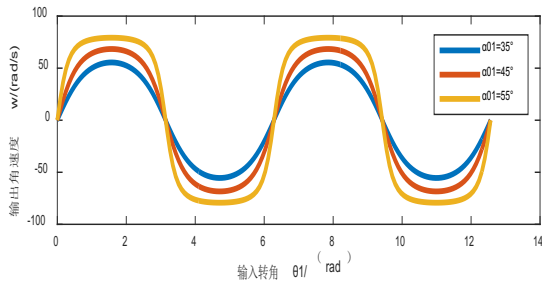
图 5 输入输出角运动规律变化曲线

由图 5 (a) 位移曲线可以验证出 4R 引纬机构运动函数存在单调性和对称性<sup>[11]</sup>，同时也存在极值，由图 5 (b) 速度曲线可以得出在  $0^\circ$ ， $180^\circ$ ， $360^\circ$  的时候角速度为零，此时利于 4R 机构的输出，由图 5 (c) 角加速度曲线可以得出在一个周期内，输出转角为  $34.4^\circ \sim 143.24^\circ$  和  $216.76^\circ \sim 325.6^\circ$  之间角加速度趋于平缓，几乎为零。

为进一步对 4R 引纬机构运动函数进行研究，现针对 4R 机构的结构参数变化对其运动规律的影响进行研究。由于 4R 引纬机构自身结构的限制，并不是其所有的结构参数均可变化，结合理论分析与实际应用，现只针对叉形连杆结构中的参数  $\alpha_{01}$ 、 $\alpha_{12}$  对 4R 引纬机构运动规律的影响进行研究。由几何等同性原理可知  $\cos\alpha_{01} \geq \cos\alpha_{12}$ ，因此固定  $\alpha_{12}=60^\circ$ ， $\alpha_{01}$  分别取  $35^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $55^\circ$ ，计算相应的位移和角速度，得到图 6 所示的函数曲线，固定  $\alpha_{01}=45^\circ$ ， $\alpha_{12}$  分别取  $50^\circ$ 、 $60^\circ$ 、 $70^\circ$ ，计算相应的角速度和角加速度，得到图 7 所示的函数曲线。

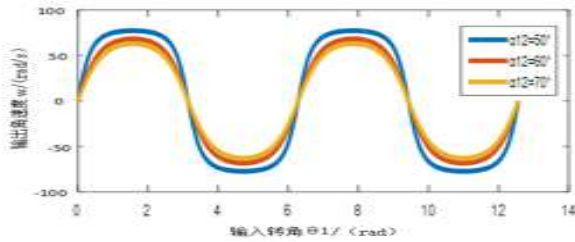


(a) 位移曲线

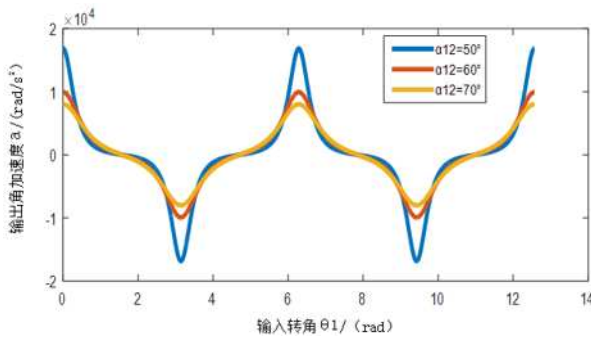


(b) 角速度曲线

图6  $\alpha_{01}$  对运动规律变化的影响



(a) 角速度曲线



(b) 角加速度曲线

图7  $\alpha_{12}$  对运动规律变化的影响

### 2.3 分析

通过 Matlab 软件仿真分析, 随着  $\alpha_{01}$  值的增大, 最大角位移、最大角速度和最大角加速度都增大, 角位移在  $0^\circ$  的时候趋于平缓, 在  $180^\circ$  的时候变化不明显。随着  $\alpha_{12}$  值的增大, 最大角位移、最大角速度和最大角加速度都减小, 角位移在  $0^\circ$  的时候趋于平缓, 在  $180^\circ$  的时候相对陡一些。我们也可以得出, 随着  $\alpha_{01}$  值的增大, 4R 引纬机构运动函数方程极差增大, 随着  $\alpha_{12}$  值的增大, 4R 引纬机构运动函数方程极差减小。叉形连杆的结构参数  $\alpha_{01}$ 、 $\alpha_{12}$  值对 4R 机构的运动空间有影响, 对于结构箱体的设计提供了依据。

### 3. 结束语

运用基于解域的四精确点球面 4R 机构函数综合的方法

选取符合条件的 4R 机构, 计算过程通过开发的软件实现, 利用现代计算方法解决函数问题, 然后选取的 4R 机构结合高速剑杆织机的引纬机构设计机构, 确定 4R 机构的简图; 运用拆杆拆副法, 建立球面 4R 引纬机构的运动函数方程, 研究其运动规律。同时针对 4R 机构的结构参数变化对其运动规律的影响进行了研究, 发现结构参数  $\alpha_{01}$  和  $\alpha_{12}$  对球面 4R 机构的空间构型有重要影响, 同时引纬机构的箱体设计也与其密不可分。结构参数  $\alpha_{01}$  对球面 4R 机构空间构型的影响大于结构参数  $\alpha_{12}$  的影响, 要着重注意的是  $\cos \alpha_{01} \geq \cos \alpha_{12}$  是叉形连杆机构设计的必要条件, 只有这样引纬机构才能正常的运动, 此结论为引纬机构的实际设计提供了理论依据。

### 参考文献

- [1] Chiang C H . On the classification of spherical four-bar linkages[J]. Mechanism & Machine Theory, 1984, 19(3):283-287.
- [2] Ketchel J S , Larochelle P M . Computer-aided manufacturing of spherical mechanisms[J]. Mechanism & Machine Theory, 2007, 42(2):131-146.
- [3] 周香琴 . 球面 4R 机构运动特性研究及其应用探索 [J]. 中国机械工程 , 2011, 022(002):153-158.
- [4] Shirazi K H . Computer modelling and geometric construction for four-point synthesis of 4R spherical linkages[J]. Applied Mathematical Modelling, 2007, 31(9):1874-1888.
- [5] 王德伦, 王淑芬, 张保印 . 球面四杆机构近似函数综合的自适应方法 [J]. 机械工程学报 , 2004, 40(002):45-49.
- [6] 何勇, 顾玉莲, 吴兴培 . 空间 RSSR 机构向球面 4R 机构的转化 [J]. 机械工程学报 , 2009(10):30-35.
- [7] Chiang C H . On the classification of spherical four-bar linkages[J]. Mechanism & Machine Theory, 1984, 19(3):283-287.
- [8] 徐永康, 张雷 . 基于 MATLAB 空间四连杆引纬机构运动仿真 [J]. 轻工机械 , 2012, 030(003):17-21.
- [9] 龙宇峰 . 球面四杆机构综合的新方法——单位矢法 [J]. 南昌大学学报 (工科版), 1986(04):74-85.
- [10] 李璨, 贾延龄 . 一种研究球面机构运动学的新方法——I . 基础理论与球面四杆机构的运动学研究 [J]. 山东建材学院学报, 1990.
- [11] 何士龙, 王世恩 . 球面 4R 机构的输入输出方程研究 [J]. 图书情报导刊 , 2011, 21(002):191-192.

[12] 江浙,周香琴,王琴龙. 球面4R引纬机构运动及载荷特性研究[J]. 机电工程, 2015(10):1325-1329.

[13] 王光明,史立新. 球面4R机构四位置综合的类型图方法[J]. 中国机械工程, 2013, 24(003):336-340.

[14] 杨通,韩建友,尹来容. 基于解域的四精确点球面4R机构函数综合[J]. 农业机械学报, 2012.

[15] 曹阳,韩建友. 基于解域的四位置空间RCCC机构综合[J]. 农业机械学报, 2016, 47(008):399-405.

[16] 韩建友. 高等机构学[M]. 机械工业出版社, 2004.

**作者简介:**

樊百林(1965-),女,副教授,硕士。主要研究方向为机械设计及理论,机械设备结构优化。