

基于 MATLAB 的串联机械臂运动学分析和轨迹规划

曾 林 蔺国民 温钰林

西京学院 机械工程学院 陕西西安 710123

摘 要: 针对在车间作业的搬运机械臂,为探究机械臂的运动学特性,规划机械臂的运动轨迹,以实现机械臂的平稳运行和精确控制,文中以 Elfin 系列 6 轴协作串联机械臂为研究对象,首先,通过改进 D-H 参数法建立连杆坐标系,推导运动学方程,再使用 MATLAB 进行正逆运动学仿真,以验证模型建立的正确性;其次,在关节空间轨迹规划的基础上,用多项式插值法对机械臂进行轨迹规划,通过三次多项式插值和五次多项式插值对比仿真试验,结果表明五次多项式插值的轨迹规划效果更好,能够使机械臂的各个关节参数曲线连续光滑;最后,根据机械臂特定的工作任务,对其进行了轨迹规划和模拟仿真,并计算出了机械臂的各个关节量,在 MATLAB 仿真试验中,验证了机械手臂能够完成预期的运动轨迹和搬运任务,为后续进一步研究机械臂的运动控制和轨迹优化问题提供了一定的理论和实际应用基础。

关键词: 串联机械臂; 运动学; 多项式插值; 轨迹规划; 仿真分析

引 言:

机械手臂作为机器人的一种形式,能够协助人或者替代人工作,可以与人类工作在同一工作空间,具有较高的灵活性,广泛地服务于加工制造业。在机械加工领域,机械臂替代人工搬运、送料、收料,是车间加工生产常见的自动化应用^[1]。

机械臂的运动分析和轨迹规划对其运动精度控制有着较大的影响,在工程中有着重要的理论与应用意义,因此受到了国内外学者的广泛关注。吴祖楠等^[2]根据 D-H 参数法建立了机器人关节连杆坐标系,求解出机器人的正逆运动学结果,然后对机器人进行运动学仿真模拟,验证了模拟结果具有较高的可靠性。Boryga 和 Grabos^[3]提出使用高次多项式插值关节轨迹,考虑了五次、七次和九次三种多项式,都可以保证位置、速度和加速度连续,并且使初始位置和目标位置的冲击为零。文中以 Elfin 系列 6 轴协作机械臂为研究对象,利用五次多项式插值法对其进行了轨迹规划,用 MATLAB 对机械臂的实际工作任务进行仿真验证,以期为后续机械臂的运动控制和轨迹优化研究提供理论基础。

1. 机械臂运动学分析

机器人运动学是机器人技术中的一个重要分支,它

研究机器人的运动规律和运动控制方法,对于机器人的设计、控制和应用都具有重要意义,它可以为机器人的发展和应用提供支持,推动机器人技术的不断发展^[4]。

1.1 机械臂关节坐标系的建立

在机器人机构中,主要通过 D-H 参数法建立各个连杆和基座的坐标系。

根据连杆坐标系建立规则:z 轴为各个关节的关节轴,x 轴垂直于两坐标系之间的关节轴,y 轴则由右手法则确定,首先确定坐标系 {0} 为基座,其中轴 2 与轴 3 相互平行,轴 3 与轴 5 相互平行,坐标系 {0} 与坐标系 {1} 重合,坐标系 {4}、坐标系 {5} 与坐标系 {6} 重合。本文采用改进 D-H 参数法^[5],依次从基座到末端执行机构建立连杆坐标系。

1.2 关节变换矩阵与正运动学方程

由上述建立的机械臂的连杆坐标系,可以得到机械臂改进 D-H 参数。4 个连杆参数分别为:连杆 $i-1$ 的长度 a_{i-1} ,

连杆*i-1*的扭角 α_{i-1} , 连杆*i*的偏距 d_i , 连杆*i*的转角 θ_i 。

根据连杆坐标系的链式变换法则, 坐标系*{i-1}*到坐标系*{i}*的变换矩阵可以表述为:

$${}^{i-1}T = {}_R^{i-1} T_Q^R T_P^Q T_i^P T (1)$$

上式中的每一个变换都只有一个连杆参数变换, 由这4个矩阵连乘可以得到的变换通式:

$${}^{i-1}T = R(x, \alpha_{i-1})T(x, \alpha_{i-1})R(z, d_i)T(z, \theta_i) = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ s\theta_i c\alpha_{i-1} & c\theta_i c\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & -d_i s\alpha_{i-1} \\ s\theta_i s\alpha_{i-1} & c\theta_i s\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} & d_i s\alpha_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} (2)$$

上式中: *s*代表sin, *c*代表cos。得到机械臂的正向运动学方程为:

$${}^0T = {}_1^0 T_6^1 T = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} (3)$$

p_x, p_y, p_z 表示末端执行机构坐标系相对于基坐标系的位置, n_x, n_y, n_z 表示末端执行机构坐标系相对于基坐标系的*x*轴的方向矢量; o_x, o_y, o_z 表示末端执行机构坐标系相对于基坐标系的*y*轴的方向矢量; a_x, a_y, a_z 表示末端执行机构坐标系相对于基坐标系的*z*轴的方向矢量。上式变换矩阵, 是Elfin串联机械臂运动学分析的基本矩阵方程^[6]。

1.3 机械臂运动学仿真与分析

利用MATLAB软件中的Robotics Toolbox工具箱, 搭建实验平台并且建立Elfin六轴机械臂的仿真模型。当机械臂处于初始状态时, 机械臂的各个关节参数均为零, 末端执行机构在空间中的位置坐标为[805,0,812], 以此建立仿真模型。

通过MATLAB中正运动学求解指令fkine函数可以求得机械臂的位姿矩阵, 在机械臂初始位置为 $[0, \frac{\pi}{2}, 0, 0, 0, 0]$ 时, 机械臂的正运动学初始位置矩阵见 T_a ; 在机械臂终点位置为 $[\pi, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{5}, \frac{\pi}{6}]$ 时, 得到的终点位姿矩阵见 T_b 。

$$T_a = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 805 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 812 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} (4)$$

$$T_b = \begin{bmatrix} 0.3774 & -0.9250 & -0.0446 & -347.2 \\ 0.8490 & 0.3263 & 0.4156 & 0 \\ -0.3699 & -0.1947 & 0.9084 & 1281 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} (5)$$

再运用MATLAB逆运动学求解指令ifkine函数求出机械臂的各个关节角度, 将正运动学得到的位姿矩阵带入函数, 得到初始位置关节角 q_a 和终点位置关节角 q_b 。通过结果对比发现, 初始关节角与初始位置相同; 终点关节角与初始位置不相同^[7]。

2. 机械臂轨迹规划

轨迹规划是在机械臂的运动学和动力学基础上, 探究其运动轨迹生成的方法, 目的是根据机械臂的运动要求, 计算出预期的运动轨迹^[8]。

2.1 关节轨迹插值计算

关节空间下的机械臂轨迹规划是通过插值函数实现。常用的插值函数包括: 三次多项式插值、五次多项式插值、高次多项式插值、S型曲线插值和分段多项式插值等。五次多项式插值相比于三次多项式插值, 既保证了加速度连续, 又能使轨迹更加平滑; 而相对于高次多项式, 区间边缘也不会出现振荡现象。因此, 五次多项式插值更适用于关节空间轨迹插值计算。

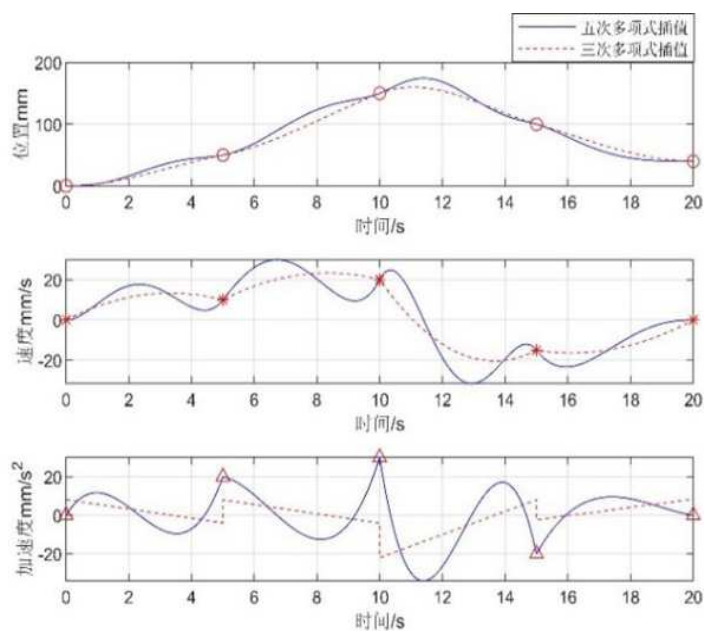
五次多项式^[9]的一般形式如下:

$$\theta(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5 (7)$$

多项式的6个系数 $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ 可通过设定起点和终点的位置、速度、加速度得到, 机械臂起始时刻与终止时刻的关节速度为零。为满足机械臂的正常工作要求, 即需要满足6个约束条件:

$$\begin{cases} \theta_0 = a_0, & \dot{\theta}_0 = a_1 & \ddot{\theta}_0 = 2a_2 \\ \theta_f = a_0 + a_1 t_f + a_2 t_f^2 + a_3 t_f^3 + a_4 t_f^4 + a_5 t_f^5 \\ \dot{\theta}_f = a_1 + 2a_2 t_f + 3a_3 t_f^2 + 4a_4 t_f^3 + 5a_5 t_f^4 \\ \ddot{\theta}_f = 2a_2 + 6a_3 t_f + 12a_4 t_f^2 + 20a_5 t_f^3 \end{cases} (8)$$

这个方程组包含6个未知数和6个解, 其解为:



多项式插值曲线

$$\begin{cases} a_0 = \theta_0, & a_1 = \dot{\theta}_0, & a_2 = \frac{\ddot{\theta}_0}{2} \\ a_3 = \frac{20\theta_f - 20\theta_0 - (8\dot{\theta}_f + 12\dot{\theta}_0)t_f - (3\ddot{\theta}_f - \ddot{\theta}_0)t_f^2}{2t_f^3} \\ a_4 = \frac{30\theta_0 - 30\theta_f + (14\dot{\theta}_f + 16\dot{\theta}_0)t_f + (3\ddot{\theta}_0 - 2\ddot{\theta}_f)t_f^2}{2t_f^4} \\ a_5 = \frac{12\theta_f - 12\theta_0 - (6\dot{\theta}_f + 6\dot{\theta}_0)t_f - (\ddot{\theta}_0 - \ddot{\theta}_f)t_f^2}{2t_f^5} \end{cases} \quad (9)$$

2.2 机械臂轨迹规划仿真与分析

现在以机械臂的一维轨迹为研究对象，分别采用三次多项式插值和五次多项式插值对其进行轨迹规划，通过两种方法的试验对比，确定更优的多项式插值方法^[10]。

两种多项式插值方法指定相同的起止位置、时间、速度和加速度。将多项式插值表中的数据输入到 MATLAB 命令窗口，绘制出如图所示的三次多项式和五次多项式插值曲线图。

通过对比发现，三次多项式插值只需要给定离散点的位置、时间和速度，就可以插补出连续的曲线，五次多项式插值则需要离散点的加速度。相对于三次多项式，五次多项式的插值曲线也更加的光滑，没有出现三次多项式在加速度中的跳变现象。对于机械臂系统而言，这种跳变现象表示关节会受到冲击，使整个系统不稳定，因此为了保

证机械臂系统的平稳运行，角加速度要求连续平滑。所以从整体而言，五次多项插值方法更优。

3 机械臂轨迹运动试验

在工厂车间中，搬运机械臂的主要工作内容是从工件台上夹取工件，并运送工件至机床处；或者从机床处将工件夹取至工件台。机械臂从初始点到终止点的运动轨迹是固定的，因此采取 PTP 的运动路径进行点位作业。

设置一个点到点的搬运任务，模拟机械臂的搬运工作，在整个运动过程中设置 4 个路径点，分别是初始点 A，中间点 B、C，终点 D。即机械臂从 A 点夹取工件，开始搬运，经 B 点和 C 点，最后到达 D 点，放下工件。

利用 MATLAB 计算各个关节的运动参数，再进行逆运动学求解得到各关节关键路径点的值，如表所示。通过本次仿真试验，验证了上述机械臂轨迹规划的正确性，也表明机械臂可以按照预期的运动轨迹完成工件搬运工作。

各关节关键路径点

关节 i	A	B	C	D
1	0	0	2.74	2.74
2	-0.7854	-3.095	-1.2768	-0.7854
3	0	0	0	0
4	0	2.7547	-0.7854	3.1416
5	-0.5068	-1.2768	-0.2787	-0.3927
6	0	0	0	0

结语

以Elfin串联机械臂为研究对象,借助MATLAB软件工具,通过仿真试验,规划出了在特定工作任务中的机械臂的运动轨迹。首先,根据机械臂的模型建立其连杆坐标系,运用关节变换矩阵推导了其运动学方程,使用MATLAB Robotics Toolbox工具箱进行仿真模拟,验证了运动学模型建立的正确性;其次,通过三次和五次多项式插值轨迹规划的对比,确定更优的多项式插值方法并对仿真结果做了分析;最后,针对在车间进行特定工作的搬运机械臂,为其设置了搬运任务,对机械臂关节变量进行逆运动学求解,得到了末端执行机构的运动轨迹曲线。通过仿真试验验证,表明了五次多项式插值法更具有平稳性,各关节参数曲线连续光滑,确保机械臂在工作过程中的稳定,同时也说明了五次多项式插值能够满足机械臂轨迹规划,且能完成预期的搬运工作任务,这为机械臂后续的运动控制、轨迹优化研究提供了一定的理论基础和工程应用价值。

参考文献

- [1] 吴其林,赵韩,陈晓飞等.多臂协作机器人技术与应用现状及发展趋势[J/OL].机械工程学报,2023(15):1-16.
- [2] 吴祖楠,田国富,项敏.双工位模块化磨削机器人运动学及动力学仿真[J].机械设计,2023,40(S1):24-29.
- [3] BORYGA M, GRABOS A. Planning of manipulator motion trajectory with higher-degree polynomials use[J]. Mechanism and Machine Theory,2009,44(7):1400-1419.
- [4] 战强.机器人学:机构、运动学、动力学及运动规划[M].北京:清华大学出版社,2019.
- [5] 刘亚楠.六轴机械臂轨迹规划与跟踪控制研究[D].中北大学,2023.
- [6] ROTH B. Performance evaluation of manipulators from a kinematic viewpoint[J]. NBS Special Publication,1976,459:39-62.
- [7] 窦汝桐,于慎波,孙凤等.7-DOF仿人机械臂工作空间求解的降密蒙特卡洛法[J/OL].西南交通大学学报:1-11[2023-09-20].
- [8] WANG C H, HORNG J G. Constrained minimum-time path planning for robot manipulators via virtual knots of the cubic B-spline functions[J]. IEEE Transactions on Automatic Control,1990,35(5):573-577.
- [9] 秦超,梁喜凤,路杰等.七自由度番茄收获机械手的轨迹规划与仿真[J].浙江大学学报(工学版),2018,52(07):1260-1266+1274.
- [10] 蔡自谢,谢斌.机器人学[M].北京:清华大学出版社,2015:276-277.