多智能体系统中基于真值区间的动态模糊逻辑建模方法

杜苏湘

南京审计大学　江苏南京　210000

摘　要：本文将Lorini提出的基于信念库的信念态度逻辑与动态扩展的LDA逻辑相结合，以更全面地解决多智能体系统中的信念动态变化问题。信念态度逻辑通过Levesque的“觉知”算子区分显式信念和隐式信念，解决了认知科学领域的逻辑全知问题；而LDA逻辑及其动态扩展则关注多智能体环境下不同类型信念变化操作的建模，包括公共公告和私人信念变化。文章进一步引入模糊模态逻辑的刻画方式，使用真值区间描述信念为真的概率，从而在信念态度逻辑的基础上构建新的逻辑框架，并引入相关公理。通过理论推导和模型构建，证明了该语义模型的可靠性，为多智能体系统中信念变化的准确建模和高效推理提供了新的方法和工具。

关键词：信念态度逻辑；LDA逻辑；模糊模态逻辑；语义模型；真值区间；可靠性

引言

认知逻辑作为研究认知主体诸如知道、相信、断定等认识论概念的逻辑问题，其核心在于解决逻辑全知问题。逻辑全知问题是指传统认知逻辑中，认知主体被假设为能够从其信念中推导出所有逻辑后果，这显然与现实中的认知行为不符。为了解决这一问题，学者们提出了多种方法。Hintikka最早通过模态逻辑引入了认知主体的信念和知识的有限性，而Levesque则进一步提出了“觉知”算子，区分了显式信念和隐式信念，为认知逻辑提供了更精细的工具。

Lorini提出的信念态度逻辑在这一领域取得了重要进展。通过信念库的形式，Lorini不仅有效规避了逻辑全知问题，还为信念的动态更新提供了节省方案，避免了模型复杂度的几何级数增加[1]。这一逻辑框架在人机交互对话代理领域展现了良好的应用潜力，尤其是在处理显式和隐式信念的区分方面。

然而，随着多智能体系统中信念动态变化问题的日益复杂，现有方法在建模和推理信念变化时显得力不从心。多智能体系统中的信念变化不仅涉及个体信念的更新，还包括群体信念的协调，例如公共公告和私人信念变化。这些动态变化操作需要更全面的逻辑工具来建模和推理。

LDA逻辑及其动态扩展为这一问题提供了新的思路。LDA逻辑通过引入动态扩展机制，能够有效处理多智能体系统中的信念变化操作，包括公共公告和私人信念变化。然而，LDA逻辑主要关注信念的动态变化，而未涉及信念的模糊性和不确定性。

为了更精确地描述和推理多智能体系统中的信念变化，本文提出了一种新的逻辑框架。该框架结合了Lorini的信念态度逻辑和动态扩展的LDA逻辑，并引入模糊模态逻辑的真值区间。通过真值区间，我们可以量化信念为真的概率，从而在信念态度逻辑的基础上构建新的逻辑系统。这一框架不仅能够处理信念的动态变化，还能描述信念的模糊性和不确定性，为多智能体系统中信念变化的准确建模和高效推理提供了新的方法和工具。

本文的结构如下：第一章介绍模糊认知逻辑的相关概念；第二章引入真值区间定义新的模型与可满足关系，并给出定理与演绎规则；第三章在一个语义模型下对逻辑的可靠性进行验证；最后第四章总结并给出未来研究方向。

一、相关工作

（一）显式与隐式信念语言

首先对信念态度逻辑中语言进行BNF形式的语法描述。假设一个可数无限的原子命题集Prop={p，q，$\cdots$}和一个有限的智能体集Agt={1，$\cdots$，n}，定义语言$\mathcal{L}$（Prop，Agt）如下：$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid \varphi \wedge \varphi \mid B_i^e(\varphi,\delta) \mid B_i^i(\varphi,\delta) \mid [\psi!]\varphi$，其中 $p \in \mathrm{Prop}, i \in \mathrm{Agt}, \delta \in [0,1]\mathcal{L}$，$\mathcal{L}(\mathrm{Prop},\mathrm{Agt})$是用于表示智能体集显式与隐式信念的语言，$B_i^e(\varphi,\delta)$表示智能体$i$显式相信$\varphi$的真值至少为$\delta$，$B_i^i(\varphi,\delta)$表示智能体$i$隐式推导出$\varphi$的真值至少为$\delta$。$[\psi!]\varphi$表示在宣告$\psi$后，公

式φ成立。

（二）模糊逻辑运算规则

本文采用Godel逻辑作为模糊运算基础，其组合函数如表1所示：

表1 Godel逻辑组合函数

运算	Godel逻辑规则
$a \wedge b$	min(a,b)
$a \vee b$	max(a,b)
$a \to b$	$\begin{cases}1 & if\ a \le b \\ b & otherwise\end{cases}$
$\neg a$	$\begin{cases}1 & if\ a = 0 \\ 0 & otherwise\end{cases}$

（三）选择Godel逻辑的合理性

在模糊逻辑中，Godel逻辑的运算规则（如 $a \wedge b = \min(a,b)$ ）天然适合刻画保守的信念更新。与Lukasiewicz逻辑（允许线性真值叠加）和Product逻辑（基于乘法运算）相比，Godel逻辑的极小值运算能有效避免过度乐观的推理。例如，当多个智能体对同一命题的信念值不同时，公共宣告操作仅保留最低置信度（见定义4），这符合“木桶效应”原则，确保系统在不确定性下的稳健性。

二、模糊认知逻辑

（一）多智能体信念语义模型

定义1（动态信念库）

多智能体动态信念库为元组 $B = (B_1,\ldots,B_n,S,\tau)$，其中：

1. 信念库结构：$B_i \subseteq LANG \times [0,1]$ 表示智能体i的信念库，每条信念为二元组（φ，δ），其中φ表示命题内容，δ∈[0，1]表示其真值区间。例如，若 $(\varphi,0.8) \in B_i$，则智能体i显式相信φ的真实性不低于80%。

2. 真值赋值函数：S：原子命题→[0，1]为真值赋值函数：例如，若 $S(p) = 0.7$，则原子命题p在系统中被赋予70%的真实性。

3. 真值更新函数：τ：$B\times$ 公式→[0，1]为真值更新函数，定义为：$\tau(B,\varphi) = \max\left\{\delta \middle| (\varphi,\delta) \in \bigcup_{i=1}^{n} B_i\right\}$.

该函数提取所有智能体显式信念中关于φ的最高置信度。例如，若智能体1显式相信φ为0.9，智能体2显式相信φ为0.6，则 $\tau(B,\varphi) = 0.9$。

定义2（显式信念）

智能体i显式相信公式φ的真值至少为δ，记作 $B_i^{\varepsilon}(\varphi,\delta)$，当且仅当：

$$B_i^{e}(\varphi,\delta) \triangleq (\varphi,\delta) \in B_i.$$

定义3（隐式信念）

智能体i隐式相信公式φ的真值至少为δ，记作 $B_\delta^{i}(\varphi,\delta)$，当且仅当存在 $(\psi,\delta') \in B_i$，使得：

$\tau(B,\psi \to \varphi) \ge \delta$（基于Godel逻辑蕴含规则）.

（二）公共宣告操作符的语义

定义4（公共宣告语义）

公共宣告操作符[ψ!]的语义规则为：

$$\tau(B,[\psi!]\varphi) = \begin{cases} \min(\tau(B,\varphi),\tau(B,\psi)) & if\ \tau(B,\psi) > 0 (Gobel\text{逻辑}) \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

假设系统中有两个智能体，其信念库分别为：

$$B_1 = \{(\psi,0.8),(\varphi,0.7)\},\ B_2 = \{(\psi,0.6),(\varphi,0.9)\}$$

此时，$\tau(B,\psi) = \max(0.8,0.6) = 0.8$，$\tau(B,\varphi) = \max(0.7,0.9) = 0.9$。若执行公共宣告 $[\psi!]\varphi$，则更新后 $\tau(B,[\psi!]\varphi) = \min(0.9,0.8) = 0.8$。这表明，公共宣告后的信念真值被限制为原真值与宣告真值的较小者，体现了保守更新的原则[2]。

（三）可满足关系

定义5（原子命题可满足性）

动态信念库B满足原子命题p，记作 $B \vDash p$，当且仅当：$S(p) \ge \theta$（θ为系统阈值，通常取θ=0.5）。例如，若 $S(p) = 0.6$，则 $B \vDash p$ 成立；若 $S(p) = 0.4$，则不成立。

定义6（复合公式可满足性）

对任意公式φ，ψ，可满足性定义为：

1. 否定：$B \vDash \neg\varphi \Leftrightarrow \tau(B,\varphi) = 0.$

2. 合取：$B \vDash \varphi \wedge \psi \Leftrightarrow \min(\tau(B,\varphi),\tau(B,\psi)) \ge \theta.$

3. 动态操作：$B \vDash [\psi!]\varphi \Leftrightarrow \tau(B,[\psi!]\varphi) \ge \theta.$

真值区间[0，1]的引入允许对信念进行概率化描述，而非传统的二值逻辑。例如，若智能体对命题φ的信念值为0.7，可理解为该命题在当前上下文中以70%的可能性为真。这种量化方式更贴近现实场景，如自动驾驶系统中对交通信号状态的置信度评估。

（四）公共宣告后的信念库更新

定义7（宣告后信念库）

对公共宣告ψ，更新后的信念库 $B^{\psi} = (B_1^{\psi},\ldots,B_n^{\psi},S,\tau^{\psi})$，其中：

1.过滤低可信度信念：

$B_i^{\psi}=\{(\varphi,\delta)\in B_i \mid \tau(B,\psi)>0\Rightarrow\delta\geq\min(\delta,\tau(B,\psi))\}$.

2.真值函数更新：

$\tau^{\psi}(B,\varphi)=\tau(B,[\psi!]\varphi)$.

三、可靠性验证

为了对模型的可靠性进行验证，我们对定理和演绎规则在使用Godel逻辑量化后的模型上进行证明。在本节中，我们仅在概念信念语义模型下给出部分的详细证明过程，其他定理与模型验证我们将在未来进行推广[3]。

（一）有效性保持

定理1：如果φ在B中是有效的，即$\tau(B,\varphi)\geq\theta$，则在公共宣告$\psi$后，$\varphi$仍有效，即$\tau(B,[\psi!]\varphi)\geq\theta$。

证明：

1.前提条件：$B\vDash\psi$ 即$\tau(B,\psi)\geq\theta$。

2.真值更新计算：$\tau(B,[\psi!]\varphi)=\min(\tau(B,\varphi),\tau(B,\psi))$。

3.有效性分析：因为φ在B中是有效的，所以$\tau(B,\varphi)\geq\theta$，则$\tau(B,[\psi!]\varphi)=\min(\tau(B,\varphi),\tau(B,\psi))\geq\min(\theta,\tau(B,\psi))\geq\min(\theta,\theta)=\theta$。

满足$\tau(B,[\psi!]\varphi)\geq\theta$，即$\varphi$在公共宣告$\psi$后，仍有效。

解释性补充：

此定理表明，公共宣告操作不会削弱已有有效命题的可信度。例如，若系统已确信某交通信号为绿色（$\tau(B,\varphi)=0.9$，且宣告“信号状态已验证($\tau(B,\psi)$) = 0.8，则更新后φ的真值仍保持为0.8，不低于阈值0.5。这确保了系统在动态环境中的决策一致性。

（二）蕴含关系保持

定理2：如果$\varphi\to\psi$在B中是有效的，则在公共宣告ψ后$\varphi\to\psi$仍然有效。

证明：

1.前提条件：$B\vDash\varphi\to\psi$ 即$\tau(B,\varphi\to\psi)\geq\theta$。

2.蕴含关系分析：

因为$\varphi\to\psi$在B中是有效的，所以$\tau(B,\varphi\to\psi)\geq\theta$，即$\tau(B,\varphi\to\psi)=\min(1,1-\tau(B,\varphi)+\tau(B,\psi))\geq\theta$。

则 $\tau(B,[\psi!]\varphi\to\psi)=\min(\tau(B,\varphi\to\psi),\tau(B,\psi))=\min(\theta,\theta)=\theta$。

此定理表明，公共宣告操作不会破坏已有的蕴含关系有效性。例如，在一个智能安防系统中，系统知识库B中存在蕴含关系“若检测到异常行为φ，则触发警报ψ”，且该蕴含关系是有效的，即当前$\tau(B,\varphi\to\psi)=0.8$，阈值$\theta$=0.5。

当系统进行一次公共宣告“已触发警报”ψ后，依据定理2，蕴含关系“若检测到异常行为φ，则触发警报ψ”依然有效。具体来说，更新后的真值$\tau(B,[\psi!]\varphi\to\psi)=\min(\tau(B,\varphi\to\psi),\tau(B,\psi))=\min(0.8,\tau(B,\psi))$。由于$\tau(B,\psi)$在宣告后至少为$\theta$=0.5（假设系统设计保证宣告后的$\psi$真值不低于阈值），所以$\tau(B,[\psi!]\varphi\to\psi)\geq0.5$，满足有效性条件。

这确保了系统在动态环境中，即使有新的信息（如直接触发警报）加入，原有的合理推理规则（如异常行为导致警报）依然有效，从而保证系统决策的一致性和连贯性，避免出现逻辑矛盾或推理失效的情况。

结语

本文提出了一种动态模糊认知逻辑框架，通过真值区间与公共宣告操作符的结合，实现了多智能体信念的动态量化建模。理论验证表明，该框架在公共宣告下保持有效性和蕴含关系，实例分析进一步验证了其实际应用价值。未来工作将扩展至私人信念更新与非单调推理，并探索与机器学习方法的结合。

参考文献

[1]Herzig A, Lorini E. A Dynamic Logic of Agency I: STIT, Capabilities and Powers[J]. Journal of Logic, Language and Information, 2010(19): 89−121.

[2]Hájek P. Metamathematics of Fuzzy Logic[M]. Springer Dordrecht, 1998.

[3]Alchourrón C E, Makinson D. On the Logic of Theory Change: Safe Contraction[J]. Springer Nature, 1985(44): 405−422.