

# 中外线性代数教材内容对比研究

樊赵兵 姚红梅 王晓莺 薛玲 马海涛  
哈尔滨工程大学 黑龙江哈尔滨 150001

**摘要:** 本文从知识框架、章节总述、问题陈述角度、例题、习题设置与数学软件使用、工程问题建模共五个方面对南安普顿大学面向工科的《现代工程数学》教材中线性代数部分与哈尔滨工程大学面向工科的《线性代数与空间解析几何》教材进行对比分析。分析结论是《现代工程数学》教材内容形式呈现方面更直观,视野更宽阔,工程专业融合方面更融洽,严密的逻辑推理方面较弱化。通过比较,值得借鉴的是注重线性代数知识在工科专业的应用价值和注重知识的直觉渗透,体现知识自身的意义与精神。

**关键词:** 中外教材对比; 知识框架; 章节总述; 问题陈述; 工程问题

## 一、中外线性代数教材对比的背景与意义

党的二十大报告提出要“扩大国际科技交流合作,加强国际化科研环境建设,形成具有全球竞争力的开放创新生态”,为高校创新人才自主培养指明方向。1992年以来,中国高等教育改革与发展呈现出合作办学模式。2016年,第一所中俄联合大学深圳北理莫斯科大学的成立标志着中俄两国高等教育合作迈入历史新阶段。哈尔滨工程大学建立了与俄国和英国高校的联合办学,这是学校推进“双一流”建设,开展高水平实质性国际交流合作,助力学校相关学科进入世界一流学科行列,带动学校人才培养和科学研究水平的整体提升的重要举措;

### 基金项目:

1. 高等学校大学数学教学研究与发展中心项目“新时代中外合作办学背景下《线性代数》课程建设研究与实践”(编号:CMC20220205,负责人:樊赵兵);
2. 黑龙江省高等教育教学改革项目“基于高质量发展的中外合作办学实践研究”(编号:SJGY20210163,负责人:樊赵兵);
3. 黑龙江省高等教育教学改革项目“中外数学公共课程教学体系对比研究与应用实践”(编号:SJGZ20220027,负责人:沈继红);
4. 中国高等教育学会“2023年度高等教育科学研究规划课题”项目“基于教育数学与创新人才培养的中外大学数学教学体系对比研究”(项目编号:23SX0309)。

**作者简介:** 樊赵兵(1976-12-),男,汉族,安徽桐城市,哈尔滨工程大学,教授,博士,理学博士,研究方向:代数表示论,量子计算与量子信息。

坚持开放办学,可以汇聚优质育人资源,带动学校国际合作、人才培养模式和管理方式的创新,这是全面提升人才培养能力的重大突破。

《线性代数》作为世界各大学本科生的基础核心课程,其教学质量对高质量的本科生培养至关重要,其主要培养学生抽象思维、逻辑推理等数学思维能力,利用所学知识分析解决实际问题的能力以及培养学生创新能力等方面具有非常重要的作用。教材是课程教学内容与教学方法的载体,也是人才培养的重要保障。因此,通过新时代中外线性代数教材的对比研究可以探讨共性问题,优劣性等问题,进而对教材内容进行深入比较研究<sup>[1-5]</sup>。因此本文将英国高校南安普顿大学所用教材《现代工程数学》教材中线性代数部分<sup>[6]</sup>与我校工科院系使用的《线性代数与空间解析几何》<sup>[7]</sup>进行对比研究。

## 二、中外线性代数教材对比的设计

本文将从知识框架、章节总述、问题陈述角度、例题习题设置与数学软件使用、工程问题建模共五个方面对教材内容进行比较分析。

### (一) 知识框架

两版线性代数教材各章节内容见表1所示。

从表1可以看出:《现代工程数学》教材更注重知识的简单化与直观化,注重知识的意义与精神传递。例如:《现代工程数学》教材将向量组的线性相关性知识与线性方程组可解性关系等价起来;从线性映射的视角讲解矩阵,将矩阵乘法运算视为映射的复合运算。

### (二) 章总述方面

《现代工程数学》教材对向量代数与矩阵代数两章

表1 线性代数与空间解析几何教材与现代工程数学教材知识框架对比

知识模块 \ 书名	线性代数与空间解析几何 哈尔滨工程大学	现代工程数学线性代数部分 南安普顿大学
向量	第2章 空间解析几何与向量代数 空间直角坐标系 空间向量及其坐标化 向量的数量积与向量积 平面及其方程 空间直线及其方程 空间曲面及其方程 空间曲线及其方程 利用 Matlab 绘制空间几何图形	第4章 ——向量代数 向量代数简介 空间直角坐标 空间向量及其坐标化（包含复向量的表示） 向量的数量积、向量的向量积、向量混合积 空间直线的向量方程、平面的向量方程 旋转干燥器模型 桥梁支撑-斜拉桥问题
矩阵	第4章 矩阵 矩阵运算 逆阵 初等矩阵 分块矩阵运算 矩阵运算的相关 MATLAB 应用 第8章 线性空间与线性映射	第5章 矩阵代数 矩阵概念 矩阵基本运算 矩阵乘法 矩阵乘法性质 矩阵的逆
行列式	第1章 行列式 二阶行列式与三阶行列式 n阶行列式 行列式的性质 克拉默法则 行列式的相关 MATLAB 应用	第5章 矩阵代数 行列式 线性方程组中介绍了克拉默法则
线性方程组	第3章 线性方程组与矩阵 线性方程组与矩阵的对应 矩阵的秩与等价标准型 线性方程组可解性判别 矩阵的秩和行最简形的相关 MATLAB 应用 第5章 向量组的线性相关性	第5章 矩阵代数 线性方程组 线性方程组的解：消元法 线性方程组的解：迭代法 矩阵秩
特征值与特征向量	第6章 方阵的对角化 方阵的特征值与特征向量 方阵的相似与对角化 *若尔当标准形简介 特征值问题的相关 MATLAB 应用 第7章 实对称阵与二次型 向量的内积 实对称阵与二次型 二次型的标准形与惯性定理 正定二次型 二次型标准化的相关 MATLAB 应用	第5章 矩阵代数 特征值问题 特征方程 特征值与特征向量 多重特征值 特征值性质 对称矩阵
计算软件应用	第九章 MATLAB 软件基础	每章每节均有 MATLAB 软件计算的例题、习题。

均有详细的章总述内容，注重知识的生成过程及知识的应用介绍。例如：向量代数部分，从工程应用背景引入向量的知识，同时介绍向量的研究历史背景及工程应用领域。

### （三）问题陈述角度

问题陈述角度方面，《现代工程数学》教材主要从工程应用问题或直观理解角度出发，陈述呈现递进式模式，弱化严密的理论推导，注重会用；《线性代数与空间解析几何》教材更具有系统性、严密性、一环套一环的特征，注重抽象思维的培养，讲授的知识具备一定的难度和深度。具体举例见表2。

表2 线性代数与空间解析几何教材与现代工程数学教材概念引入方式对比举例

知识点	书名《线性代数与空间解析几何》	《现代工程数学》
向量积	从寻找与两个向量都正交的向量角度引入。	从磁场中带电粒子运动角度引入。
矩阵	线性方程组表示简化角度引入。	从线性映射、坐标轴旋转等角度引入。
矩阵乘法	直接给出矩阵乘法定义。	从线性映射复合的角度引入。
行列式	通过线性方程组解的表达形式给出2阶、3阶行列式定义。对于n阶行列式，通过逆序数给出行列式定义。	直接给出2阶、3阶行列式定义，建立3阶行列式与2阶行列式关系引出行列式代数余子式展开定理，进而给出n阶行列式定义。

### （四）例题、习题设置与MATLAB软件使用方面

《现代工程数学》教材更注重应用实例的举例与问题解决，工程视野更宽；总习题数为214道题，其中工程应用29道题，其习题设置注重有真实数据来源的实际工程问题。《线性代数与空间解析几何》教材例题设置更数学化，总习题数是232道题，工程应用题共5道题，习题设置上更注重纯正的数学问题，有助于培养严密的推理数学思维。

### （五）工程建模问题的设置

《现代工程数学》教材在编写中注重线性代数知识在工程领域的应用价值的体现。例如：向量代数中给出旋转干燥器模型及桥梁支撑斜拉桥问题；在矩阵代数中给出弹性系统和复合材料的稳定热传导模型。从而体现《现代工程数学》教材更注重工程应用能力培养。

## 三、结论与借鉴

### （一）结论

1. 两版线性代数教材内容编排方面差别较大。《现代工程数学》教材主要以向量代数与矩阵代数两大模块开展内容的介绍，注重以向量和矩阵为工具的实际教学应用，更侧重借助工程应用案例、图形直观等帮助读者理解数学知识、培养数学思维并从中得出结论。《线性代数与空间解析几何》教材内容体系分九章内容对线性代数基础知识进行详细介绍，更注重知识的逻辑严密，理论完善。因此《现代工程数学》教材，内容形式呈现方面比《线性代数与空间解析几何》教材更丰富，视野更广阔。

2. 《现代工程数学》教材总体难度和深度均低于《线性代数与空间解析几何》教材，但知识广度方面高于《线性代数与空间解析几何》教材。从知识点设置方面，《现代工程数学》注重理解，弱化了结论的严密推导，这就将知识的难度降低了，而《线性代数与空间解析几何》对大部分结论均有严密的抽象推导过程，呈现递进式思维模式，这要求读者有一定的耐心、抽象理解能力。而且例题与习题设置方面，大部分为纯数学问题，解决起来需要一定的数学功底。

### （二）借鉴

通过两版国内外教材的对比研究，在编写新工科背景下线性代数教材时有以下2点值得借鉴。

#### 1. 体现线性代数在工科专业的应用价值

在当今科技高速发展的背景下，要想培养具备突破性发展能力的人才，就要求他们具备将不同领域知识结合起来向新知识领域发展的能力<sup>[8]</sup>。因此，在编写线性代数教材时，应该考虑高校工科专业对线性代数知识的需求，通过适当增加与工科专业背景相关的案例，例题及具体工程习题来加强线性代数教材内容与工科专业课程的渗透、融合和衔接。充分体现线性代数教材作为工具书对工科专业学生的重要价值。

#### 2. 注重知识的直觉渗透，体会知识自身的意义与精神

如果一本教材只是先给定义、定理再给证明，这样培养出来的学生只会背知识，只会做题，无法产生碰撞的思维。真正好的教材应充分考虑继承、借鉴、发展与创新的辩证关系，注重知识的生成性，为读者预留探索与交流的空间，使读者在观察、思考、探究、归纳的过程中，达成对知识的“知其源、会其神、通其用”<sup>[9]</sup>。因此，作者在编写线性代数教材时，应该有对知识的直觉

渗透,注重线性代数知识与工科专业的直觉引导;同时,应注重线性代数知识的形成和应用过程,体现知识自身的意义与精神。

### 参考文献

- [1] 张志让. 线性代数教材内容与体系结构改革的思考与实践——《大学数学基础教程——线性代数与空间解析几何》简介, 大学数学, 2005, 21(2): 22-24.
- [2] 邓燕. 中美线性代数课程比较及对教学改革的启示. 创新创业理论研究与实践, 2020, 21: 67-71.
- [3] 朱琳, 蒋启芬. 国外线性代数的教学研究述评[J]. 数学教育学报, 2018, 27(1): 79-84.
- [4] 田仕芹, 王玉文. 中美高等数学教材内容的比较研究. 数学教育学报, 2017, 26(2): 75-79.
- [5] 郭思乐. 数学教学中的直观. 课程、教材、教法, 1986, 39(5): 40-42.
- [6] Glyn James, Phil Dyke, John Searl, Matthew Craven and Yinghui Wei. Modern Engineering Mathematics, PEARSON EDUCATION LIMITED, Fifth edition, 2015.
- [7] 范崇金、王锋. 线性代数与空间解析几何. 高等教育出版社, 2021.
- [8] 周洪林. 杨振宁教授对中美教育的比较反思. 复旦教育, 2000, 2, 20-23.
- [9] 范良火, 吴立建. 国际数学教材研究和发展趋势述评和分析——从首届国际数学教材研究和发展会议及其大会报告说起. 数学教育学报, 2015, 24(3): 1-5.