

“区间估计”教学设计与实践

赵 丽 刘春燕

北京建筑大学 理学院 北京 100044

摘 要：概率论与数理统计是一门研究、揭示随机现象统计规律的学科，是数学学科中既有特色又十分活跃的一个分支。区间估计是数理统计的重要组成部分，本文分析学情和教情，通过学生自己收集整理的数据，以问题为牵引，在问题的解决过程中，引导学生自己推导出区间估计的解题过程，在实际问题的解决过程中达到理解、掌握和运用的教学目的，同时引入课程思政，体会辩证统一，主次矛盾的关系。

关键词：全概率公式；教学案例；课程思政

一、学情分析

（一）教材内容分析

概率论与数理统计是一门研究、揭示随机现象统计规律的学科，是数学学科中既有特色又十分活跃的一个分支。

本节内容是《概率论与数理统计》教材第七章参数估计，第二节区间估计的内容。区间估计是统计部分的重要内容，相比较抽象枯燥的概念定理，更能让学生有机会领略一个有观察、有猜想、有推理、有证明、有应用的数学知识，但是区间估计思想性较强，学生往往难以理解。

解决策略：课前预习时让学生思考点估计的不足，以及如何解决，课中引入学生身边实例，引导学生解决实际问题，课后布置实际问题，让学生思考学习致用。

（二）学生特征分析

（1）80%的同学掌握了本节内容所需的前续内容，但仍然有部分同学对第六章内容不熟悉，记不住常用统计量的分布。

解决策略：引导同学做正态分布相关性整理的思维导图，对第六章常用统计量的分布进行章节测试，督促同学记牢基础知识。

（2）通过前几年教学经验的积累和学生反馈，90%的学生认为本节课内容不好理解，做题只是套用公式，而不能理解为什么。

解决策略：通过模拟启发学生理解置信度的概念，引导学生理解枢轴量的作用，思考如何从已经知道的点估计量，构造枢轴量进而得到置信区间，分组讨论让学生自己总结置信区间和普通区间的区别，深入讨论置信水平的实际意义，区分置信水平与区间的具体概率。

二、教学目标

（一）知识目标

了解置信水平的含义；理解置信区间的概念；掌握置信区间的求解步骤；会求单个正态总体的均值（方差已知）的置信区间并掌握其应用。

（二）能力目标

培养学生观察、分析和抽象建立数学模型的能力；培养并提高学生发现问题、探究问题、解决问题的能力。

（三）价值目标

引导学生体会哲学中矛盾对立统一的思想，抓住矛盾的特殊性，针对主次矛盾，具体问题具体分析。通过置信区间创立者奈曼的介绍，引导学生学习他执着坚持，不惧困难的科研精神。

三、教学重点和难点分析

（一）教学重点

置信区间的概念，单个正态总体的均值（方差已知）的置信区间，单个正态总体的均值（方差未知）的置信区间。

（二）教学难点

置信水平的含义、置信区间的选择标准、如何对具

项目基金：北京建筑大学教育科学研究项目（Y2229，Y2319，ZD202310）。北京建筑大学“双塔计划”（编号：YXZJ20220811）北京建筑大学2024年度研究生教育教学质量提升项目（J2024019）

作者简介：赵丽（1982.11-），女，汉，河北保定，数理统计专业，博士，讲师，研究方向：高维回归模型。

体问题求置信区间。

（三）对重点、难点的处理

（1）通过回顾、讲解、探究式、启发式教学逐步将问题逐步深入，通过分析例题，动画演示引导学生明白区间估计的思想，然后在抽象总结区间估计的一般方法，让学生水到渠成的掌握知识。

（2）加强课堂互动，不断设问讨论，引导学生在学习过程中发现问题，思考问题，通过启发学生自主思考、主动参与。

（3）学以致用，让学生学会运用区间估计的方法解决具体问题，激发学生探究新知识、新领域的兴趣。

四、教学过程

回顾统计推断的思想和参数估计的概念，承上启下，说明统计推断的思想和参数估计的概念，让学生对本节的结构框架、学习目的和内容有整体认识。引导学生分析点估计的优缺点，思考解决办法。

讨论课前布置调查任务，从我校学生中随机抽取100位同学，调查他们每天完成作业所花费的时间，由样本数据估计我校学生每天完成作业的平均时间。用“学生每天完成作业的平均时间”这一同学生活中常见的调查的问题，提高学生的学习热情，层层深入，启发思考，提高学生的学习热情。

通过回答我校学生每天完成作业的平均时间？让学生体会点估计的答案虽然简单明了，便于使用，但是未反应近似值的误差范围，使用时把握不大。为了想要知道估计的可靠程度和近似值的误差范围引出了区间估计的概念。通过与点估计的对比，让学生明确区间估计的特点，顺利进入新内容的学习。

通过提问不同长度的区间各有何意义？让学生初步感受区间的精确程度和可靠程度之间的辩证关系。同时介绍提出区间估计的统计学家奈曼，融入课程思政，培养学生的科学精神。引导学生从问题中抽象出数学概念，给出置信区间的的一般定义，并指出其注意事项。设置思考题问题：置信区间唯一吗？将问题引向深入，启发学生思考探究。以动画的形式展示置信水平的定义让学生理解置信区间的随机性，和置信水平的含义，通过动态多媒体课件，让学生对问题有直观的认识，易于理解。

从点估计量出发引导学生寻找与均值有关的已知分布的统计量，作为枢轴量，根据上分位点的概念，找出置信区间，对引例进行求解。通过图形动画演示，不同区间长度，引导同学直观理解什么选两个对称的分位点。

剖析估计精度与置信度的制约关系，引导学生理解区间估计的原则。使学生对置信区间的求法有深刻的认识，在数学思维上得到一次锻炼。引入课程思政，体会辩证统一，和主次矛盾的关系。

根据例题分析，引导学生总结置信区间的求解的一般步骤。讲解例题，巩固公式，实际观察出置信区间长度和置信水平的关系。在不同条件下应用推导置信区间的方法，得出正态总体方差已知时，均值的置信区间公式和正态总体方差未知时，均值的置信区间公式，真正掌握方法，学会举一反三，而不是机械的套用公式。通过课堂例题，进一步消化理解所学知识点，强化知识点，使得学生分析能力独立思考能力和动手能力得以提高。培养学生应用数学的意识和解决实际问题的能力。

最后学生进行归纳总结，本节课内容，理出内容主线，通过课后作业进一步理解并巩固所学知识，引发学生对新问题的独立思考。

五、教学创新点

从“我校学生每天完成作业的平均时间”这种身边问题引入，注重学科的应用属性，创设生动有趣的教学情境，本着“让生活走进数学课堂，让数学回归生活”的理念，从学生身边问题导入，引导学生从数学角度观察，并在发现问题、分析问题、解决问题的过程中，建立“用数学”的意识，培养“用数学”的能力，体验“用数学”的乐趣。

将区间估计置信度和精确度的关系与哲学中对立统一的矛盾思想相类比，如果想提高置信区间精度则置信度下降，若置信度上升则置信区间精度下降，关键在于取舍，重点考察置信度还是精度。引导学生要抓住矛盾的特殊性，针对主次矛盾，具体问题具体分析。透过数学概念，深挖哲学思想，润物无声渗透课程思政。

六、教学效果评价

在授课班级通过问卷调查的方式，进行了“问题引导的区间估计课程的教学效果评价”，评价内容指标及结果见表2，共发放问卷123份，答卷人数122人，95%的学生问题引导的区间估计课程的教学效果好，形式有趣，课堂气氛活跃，课程内容与生活联系密切，能够学以致用，提高了自身分析问题、解决问题的能力，仅不到5%的学生认为以上调查指标一般，没有学生对应用案例教学持否定态度。

针对学生对知识点的基本理解、简单运用和综合分析三个方面，在学习通上设计5道题目，根据学习通平

台反馈的数据，将测试结果统计如表1。可以看出，采用本教学设计进行课堂讲解，学生对本节课所涉知识点各个层次的掌握程度均较高。

表1 问题引导的区间估计随堂测试结果统计

认知层次	题号	平均答题率	平均正确率	掌握程度
基本理解	1-2	100%	98.3%	98.3%
简单应用	3-4	97.5%	90.1%	87.8%
综合分析	5	92%	82%	75.4

其中定义掌握程度=平均答题率×平均正确率^[8]

参考文献

[1]汪慧.“三全育人”视域下课程思政案例设计——以《概率论与数理统计》为例[J].教育研究, 2022, 5(11): 28-31.
 [2]张艳, 陈美蓉, 王亚军, 等.课程思政理念下概

率论与数理统计教学改革探索与实践[J].教书育人: 高教论坛, 2019(12): 80-81.

[3]付芳芳, 许道军, 夏梦雪.案例剖析问题主导式的假设检验基本概念的教学设计[J].大学数学, 2023, 39(6): 102-107.

[4]陈寿文.概率计算中数据思维的应用[J].高师理科学刊, 2024, 44(2): 78-82.

[5]赵鲁涛.概率论与数理统计教学设计[M].北京: 机械工业出版社, 2015: 265-275.

[6]刘琼荪, 钟波.将数学建模思想融入工科“概率统计”教学中[J].大学数学, 2006, 22(2): 152-154.

[7]赵丽, 王晓静, 等.概率论与数理统计混合教学模式的探索与实践[J].中国建设教育, 2023, (1): 53-56.

[8]张峰强, 高翔, 张红洋, 等.大学物理随堂教学效果评价实用方法[J].大学物理, 2021, 40(5): 55-59.