职教本科《高等数学》教学方法路径探究

杨　涛　黄弋钊　刘志立
四川工程职业技术大学 基础部　四 川　德 阳　618000

摘　要：职教本科院校的建设是国家未来职业教育发展的重要工作之一，提升高等数学教育教学质量是职教本科全面发展的核心要素。文章主要从高等数学理论教学模式、高等数学教育教学直观性和高等数学教育学科交融性三路径出发探索出一条符合职教本科高等数学教育教学路径，以面向职业学生讲好、讲清楚高等数学课程，带给同学们更多不一样的视角。
关键词：高等数学；直观性；学科交融性

引　言：

随着社会对技术技能型人才需求日益增长，职业教育域在高等教育域中的地位逐渐凸显。职业教育旨在培养具有扎实专业理论知识和具备实践技能的高素质人才。《高等数学》是职业教育中一门重要理论基础课程，其教学目标是培养学生的逻辑推理、分析问题和解决问题的能力，为学生未来的职业发展打下坚实的数学基础。

目前，国内对于职教本科高等数学教育教学的研究已在不断深入和发展，对于职教本科高等数学教育教学的培养目标、课程设置、教学方法等也在不断深入探索、创新和实践。同时，随着新技术的不断发展，新要求的不断提出，职教本科高等数学教育教学在今后的教学实践、教学方法也需要及时“推陈出新、因势利导”，在新的职业教育征程中重新定位与思考。而在课堂上，同学们问得最多的一个问题是：“高等数学学了可以应用在哪些领域里呢？”因此，本文结合同学们提出的疑问，探讨职业教育高等数学教育教学方法的有效路径，以更好地帮助“职业学生”贯通数学应用领域。

一、高职院校高等数学课程开设的必要性

一直以来，谈及理学和工学学科基础“数学”时，给人第一反应的是一门研究数量、结构、空间以及变化等概念的学科。许多同学虽然喜欢数学，也想学好数学，但能真正静下心来深入地逐词逐句的理解与证明数学中的定理与定义，严格推导数学公式的正确性，积极探索数学的应用与实践，付诸实际行动的同学却并不多。

数学作为一门基础学科，是众多学科学习的基础。如数学中的《控制论》、《信息论系统论》等理论为工程设计和优化提供了重要的思路和方法；《人工智能》、《机器学习》等领域的发展需要用到许多数学知识来进行算法设计和数据分析；在电子工程中进行电路设计和信号处理等操作时需要用到电工电子技术和数字信号处理等数学知识；经济管理学中最优化问题、风险管理、预测模型和决策理论等需要用到统计学等众学科中的知识。因此，数学在众多学科领域中扮演着重要的角色，为众多学科领域提供了重要的工具和手段，也在推动着众多学科领域不断向前发展。而上述学科领域所用到的数学知识，与基础学科高等数学是有着一定紧密联系的。

高职院校的人才培养目标是培养高素质的技术技能人才。数学作为一门重要的公共基础课程，对于培养学生的综合素质和创新能力具有重要作用。通过对数学的学习，可以提高学生的思维品质、自主学习探索问题的能力和解决问题的能力，为学生的未来职业发展奠定夯实基础。

二、职教数学教学方法初探究

1. 高等数学理论教学过程

例 1　计算 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{3^n}\right)$

方法一：课堂上给同学们讲解如何计算上述级数极限值时，通常会直接告诉同学们上述数列是一个等比数列。由等比数列求和公式可知：

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{3^n}=\frac{1}{2}\left[1-\left(\frac{1}{3}\right)^n\right]。$$

因 $n\to\infty$ 时，$\left(\frac{1}{3}\right)^n\to 0$。

所以

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{3^n}\right)=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{2}\left[1-\left(\frac{1}{3}\right)^n\right]=\frac{1}{2}。$$

经验证，这种纯理论式教学方式对职教同学来说显得抽象和难以理解，因为不少职教同学不知道等差数列、等比数列的求和公式是什么，导致他们在计算上述数列极限时已经被数列极限计算的第一步“求和化简”拦在门外。因此，是否有不需要同学们在掌握等差数列、等比数列求和公式的基础上，用一种新的教学方法讲解上述数列极限值的求解呢？

2. 高等数学教育教学应具有直观性

结合实例 1，探讨从“直观视觉理解与计算”到“抽象理解与计算”，帮助同学们深入理解数学中定理、定义和计算方法。

方法二：给定一个边长为 1 的正方形并三等分，如图 1 所示。

第 1 步：将图 1 中边长为 1 的正方形三等分，分别记为 A_1、B_1 和 C_1，将 A_1 填充为灰色，其面积 $A_1=\frac{1}{3}$，$B_1=\frac{1}{3}$，$C_1=\frac{1}{3}$，如图 2 所示。为便于描述，记 $S\leftarrow A_1$，$S'\leftarrow B_1+C_1$。其中，$S+S'=1$ 且 $S'-S=\frac{1}{3}$。

第 2 步：将 B_1 三等分，分别记为 B_1、B_2 和 B_3，将 B_1 填充为灰色，如图 3 所示。根据图 3 可得 $S\leftarrow A_1+B_1$，$S'\leftarrow C_1+B_3+B_2$。其中，$S+S'=1$ 且 $S'-S=\frac{1}{3^2}$。

第 3 步：将 B_2 三等分，分别记为 B_2、B_3 和 B_4，将 B_2 填充为灰色，如图 4 所示。根据图 4 可得 $S\leftarrow A_1+B_1+B_2$，$S'\leftarrow C_1+B_3+B_3+B_4$。其中，$S+S'=1$ 且 $S'-S=\frac{1}{3^3}$。

类似地重复上述过程 n 次可得：$S\leftarrow\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{3^n}$，$S'\leftarrow\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{3^n}+\frac{1}{3^n}$。

显然 $S'-S=\frac{1}{3^n}$。当 $n\to\infty$ 时，$S'-S\to 0$，也即 $S'=S$。因 $S+S'=1$，所以 $S=\frac{1}{2}$，$S'=\frac{1}{2}$。即 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{3^n}\right)=\frac{1}{2}$。

图 1～图 4 直观的给出了实例 1 的计算过程，方法不需要同学们事先掌握等差数列、等比数列求和公式。经验证，课堂教学中采用这种图示方式讲解极限概念与计算，大部分职教同学是能很好的理解极限的概念和其计算方法的。因此，“直观视觉理解与计算”到“抽象概念理解与计算”不但可有效地加深同学们对数学中定理、定义的理解，也能帮助他们发展对视觉形象的创造性和灵活性，在实际操作中发展直观思维能力和拓宽直观思维的视野。

3. 高等数学应注重学科交融性

近年来，教学改革是教育领域中一个持续常谈的话题。随着时代不断向前发展和技能技术不断更迭，教育方式和教学方法的改革也变得越来越重要。教师们需要不断地更新自己的教育理念和方法，以适应学生全面发展和不断变化的社会需求。通过教学改革，不仅可以提高教育质量，增强学生的学习兴趣和动力，还能培养出更加适应未来社会需要的人才。因此，教学改革是每一位从事教育工作者的重要任务之一，也是他们不断追求进步和发展的重要方向。目前，关于教育教学改革，涉及到的各领域研究已有很多，如“更新教育观念、优化课程设置、创新教学方法、加强实践教学、提高教师素质、推进信息技术应用、完善评价体系”等。这些方面的改革也及时有效地“推陈出新”，给奋斗在一线的教师们提供了新的教学思路与教学方法。高等数学作为一门公共基础学科，许多同学心中都有一个困惑，“高等数学学了可以应用在哪些领域里呢？”针对我们职教学生而言，只需要有扎实的实际操作能力，而该项技术的理论知识则并不需要深入地了解，也根本不需要去进一步探索其背后的原理。但有的时候真正碰到技术上不能解决的问题时，追溯其根源却是该项技术背后所涉及的数学理论知识。因此，掌握一些基础的理论知识还是必不可少的。有的同学会问，既然需要掌握一定的理论知识，那么数学在各学科领域到底应用在哪里呢？而如何有效地将高等数学知识应用到各学科领域中以促进学生的学习和发展是一个值得去探究和深思的教育问题。

4. 数列极限思想在学科领域中的交融性

结合实例 1，虽然数列极限本身是一个数学概念，但数列极限思想与各学科领域有着紧密的联动规则，为各学科领域解决实际问题提供了有益的思路和方法（如表 1）。在课堂上，若能够讲解一些将数学知识如何应用于不同的学科领域的实际应用案例，则能够更好地帮助同学们理解和掌握数学的本质。同时，通过上述实际案例教学，不但能够拓展自身对各学科领域的了解，而且也能进一步加深对数学知识的理解，也才能在教育教学过程中带给同学们更多不一样的视角。因此，高等数学教学应该注重与其他学科的交叉融合，引导学生将数学知识应用到实际问题中，从而提高学生的实践能力和创新思维。

5. 数列极限思想在机器学习中的交融性

表 1 介绍了数列极限思想在各学科领域中的应用，在表 1 的基础上进一步介绍数列极限思想在机器学习中求凸函数极值问题的基本过程。

定义 1（三分法基本定义）　给定凸函数 $f(x)$，$x\in[t_1,t_2]$。t_1、t_2 分别为区间 $[t_1,t_2]$ 的三等分点。若满足：

表 1 数列极限思想的应用

计算机图形学	在计算机图形学中，数列极限被用于生成平滑的动画和图像	如：通过将连续的图像表示为离散的像素序列，然后利用数列极限来平滑这些像素，可以得到更流畅、更逼真的动画效果
模式识别	在模式识别中，数列极限被用于处理和识别时间序列数据	如：语音、手势和心跳等。通过对时间序列数据进行离散化，然后利用数列极限来寻找其中的规律和模式，可以提高识别准确率
大数据处理	在大数据处理中，数列极限被用于处理和分析大规模数据集	如：通过对数据进行分片或分区，然后利用数列极限来处理每个子集，可以加快数据处理速度并提高效率
机器学习	在机器学习中，数列极限被用于训练和优化模型	如：三等分思想求凸函数极值问题
质量检测	锻压制品的质量检测是一个重要的环节	如：通过将数列极限应用于质量检测数据，可以分析出制品的质量趋势，从而及时发现并解决潜在的质量问题

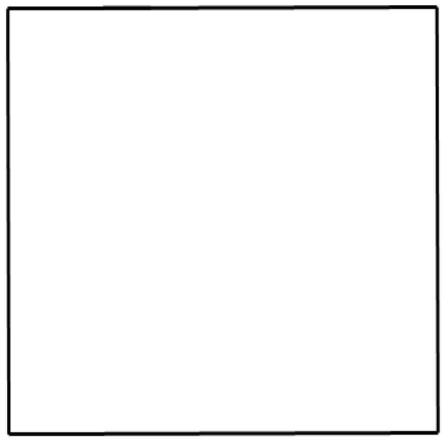

图 1　边长为 1 的正方形

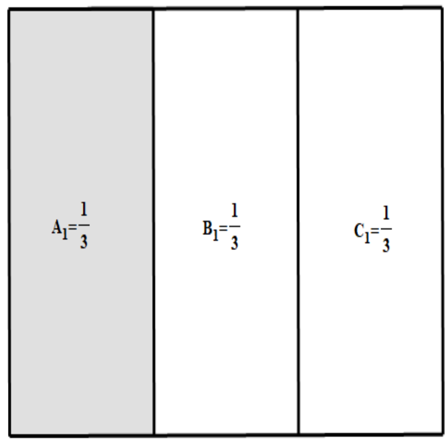

图 2　边长为 1 的正方形三等分

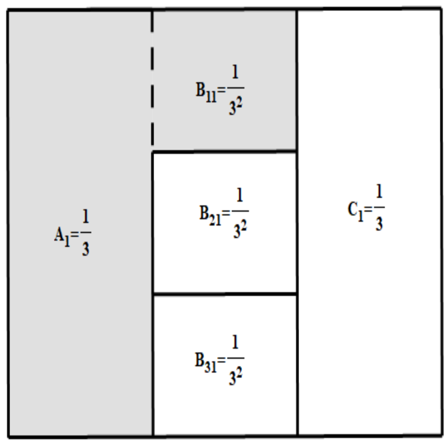

图 3　边长为 $\frac{1}{3}$ 的正方形 B_1 三等分

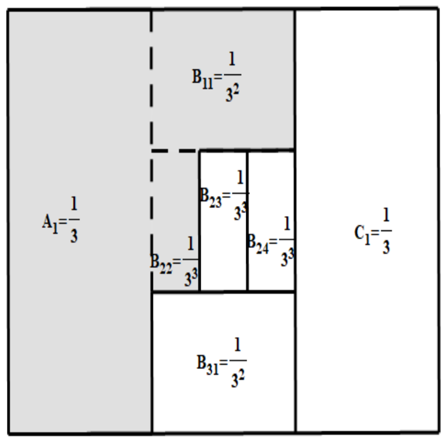

图 4　边长为 $\frac{1}{9}$ 的正方形 B_{21} 三等分

（1）$f(t_{12})>f(t_{2})$，则极值点可能在区间 $[t_{11},t_{2}]$；

（2）$f(t_{12})<f(t_{2})$，则极值点可能在区间 $[t_{12},t_{21}]$；

（3）$f(t_{12})=f(t_{2})$，则极值点可能在区间 $[t_{12},t_{2}]$；

其中，$t_{12}=t_1+\frac{1}{3}(t_{21}-t_1)=\frac{1}{3}(2t_1-t_{21})$，$t_{22}=t_{21}-\frac{1}{3}(t_{21}-t_1)=\frac{1}{3}(t_1+2t_{21})$。

例 2　给定一对称凸函数 $f(x)$，$x\in[0,1]$，请运用三等分法计算出函数 $f(x)$ 在 x 等于多少时取得极值。

解：由题意可知，$t_{11}=0$，$t_{21}=1$（如图 5）。由三分法可知，$t_{12}=\frac{1}{3}$，$t_{22}=\frac{2}{3}$（如图 6）。因 $f(x)$ 是一对称图形，则有 $f(t_{12})=f(t_{2})$。根据定义 1 重复上述步骤可得：$t_{13}=t_{12}+\frac{1}{3}(t_2-t_{12})=\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}$，$t_{23}=t_2-\frac{1}{3}(t_2-t_{12})=\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^2}$，如图 7 所示。根据定义 1，当重复上述步骤 n 次时，可得 $t_{1,n+1}=t_{1n}+\frac{1}{3}(t_{2n}-t_{1n})=\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{3^n}$，$t_{2,n+1}=t_{2n}-\frac{1}{3}(t_{2n}-t_{1n})=\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{3^n}+\frac{1}{3^n}$，如图 8 所示。由实例 1 方法二可知：当 $n\to\infty$ 时，$t_{1,n+1}=\frac{1}{2}$，$t_{2,n+1}=\frac{1}{2}$。即函数 $f(x)$ 在 $x=\frac{1}{2}$ 处取得极值。

实例 2 介绍了数列极限思想和三等分法被用于机器学习中求凸函数极值训练和模型优化，课堂上通常在讲解完数列极限概念和计算时，是很少给同学们介绍数列极限思想运用能用到哪些学科领域和及其处理该问题时具体怎么操作的。

因此，在讲解数学课程时，能够给同学们介绍该课程中的知识应用到其它学科领域，是非常有必要的。

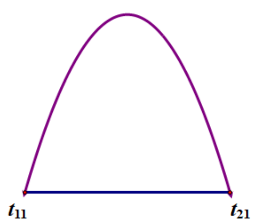

图 5

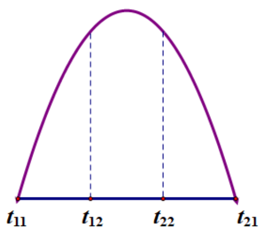

图 6

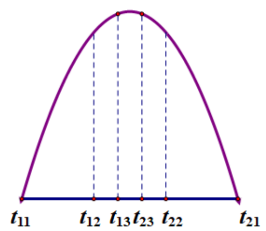

图 7

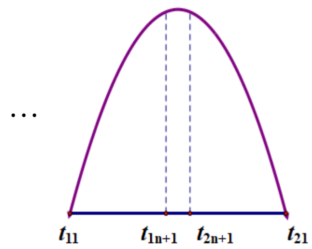

图 8

但这种教学方法也是很有挑战性的。作为一名公共基础课程或选修课程教师，想要吸引学生主动、积极地学习数学，找到数学课程与其它学科领域之间的契合点授课，不失为一种有效的方法。但该方法不但要求老师们打破以往固有的纯数学理论授课模式，而且需要其自主深入学习其它学科领域知识，并在实践中不断完善改进形成一套完整的教育教学体系。在这套体系下，同学们懂得如何将数学知识与其它学科领域融会贯通，并能举一反三地应用于实际问题的求解中。对教师而言，这是一种新的挑战，不仅需要加强自身对数学知识的理解与应用，而且对数学教学能力方面提出了更高的要求。通过这种模式，不但可以提高数学在校的影响力，而且也能使数学课程不被彻底的边缘化。

结　语：

高等数学注重培养学生数学理论体系的建立，缺乏与其他学科领域的渗透性。同学们想要做到数学知识与其学科领域之间的吸收转化，并灵活运用所学知识探索问题和解决实际问题是不容易的。以至于很多同学感觉不到数学的重要性，更无法体会数学对其专业课程学习的影响，更别说达到学以致用了。若在教育教学过程中带给同学们更多不一样的视角，是能够有效地给同学们提供重要的思路和方法。虽然近年来与教育教学相关的教学辅助设备正在逐步更新完善，但数学教学辅助设备更多地还停留在多媒体层面。数学实验室、数学可视化实验室和数学教学团队等建设仍相对缺乏，以致数学中抽象概念和计算过程无法直观的、生动的体现出来。

职教高等数学教育教学应紧紧围绕职业教育的培养目标和自身特点进行，以提高学生的数学素养，并逐步将所学数学知识转化为技能应用到各领域中去。本文主要从高等数学理论教学过程、高等数学教育教学应具有直观性和高等数学应注重学科交融性三个方面进行探讨和研究高等数学教育教学方法，以在今后高等数学教育教学过程中尽可能地带给同学们更多不一样的视角，提供更多地遇到问题解决问题的思路和方法。

参考文献：

[1] 蒋婷婷 . 提高高等数学教学质量的有效路径探究 [J]. 中国科技期刊数据库科研 ,2023(4):4.

[2] 杨涛 , 付裕 . 高职数学教学现状的几点思考 [J]. 大学：研究 ,2020(8):123-124.DOI:10.3969/j.is sn.1673-7164.2020.30.058.

[3] 彭涛 ."双创"背景下高等数学教学方法探究 [J]. 中文科技期刊数据库 (全文版) 教育科学 ,2022 (4):3.

[4] 唐跃龙 ,and 华玉春 ."高等数学课程思政元素挖掘与融入途径探究 ." 中国科技期刊数据库科研 4(2023):4.

[5] 谢焕钢 . 数学实验融入高等数学教学的探索 [J]. 教育研究 ,2022,5(2):17-19.DOI:10.12238/er.v 5i2.4540.

[6] 李鹏曹丽华 . 大学生高等数学 " 学习兴趣 "" 自我效能感 "" 学习焦虑 "" 学习动机 " 的关系研究 [J]. 数学教育学报 ,2021,30(4):97-102.

[7] 李明 , 张超 , 张峰 . 高职高专高等数学案例教学实验探究 [J]. 教育与职业 ,2011(35):2.DOI:10. 3969/j.issn.1004-3985.2011.35.053.

[8] 谢琪 , 丁金昌 . 基于“双高”建设的高职教育校企 " 双元 " 育人体系构建 [J]. 教育与职业 ,2019 (24):12-18.