基于问题学习的高中数学情境教学模式探究

——以指数函数概念及其性质为例

胡桢煜[1 2]　吴艳秋[1 2]　吴　锡[1 2]

1. 重庆三峡学院数学与统计学院　重庆　404100

2. 重庆三峡学院教学质量监控与评估处　重庆　404100

摘　要：随着时代发展，新课标下的教学目标导向由“双基”变为“核心素养”，从“情境—问题”教学模式中创造逻辑性的问题链，实施有效教学，聚集于学生学习兴趣的提高，逻辑思维能力的培养，使其达到提高解决问题能力的效果。本文基于问题学习下高中情境教学模式的理论基础、实施策略以及积极影响，以“指数函数概念及其性质”为例，构造以问题为导向的情境教学，旨在引导学生通过解决问题获取知识，培养创造性思维，发展学科素养。

关键词：问题学习；情境教学；核心素养

一、情境—问题教学模式内涵

一直以来，数学教育家吕传汉对我国课堂教学模式进行了深入研究。本着“取其精华，弃其糟粕”的原则，充分吸收西方国家教学模式的优点，于 2000 年正式提出了数学“情境—问题”教学模式 [1]，其教学环节内容如图所示：

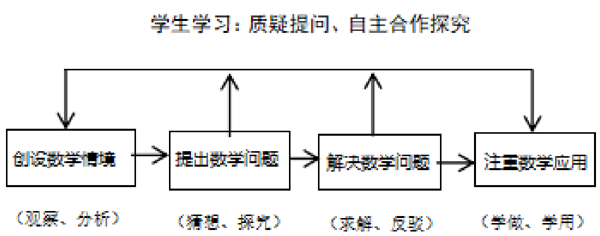

图 1　情境—问题教学模式流程

这四个教学环节前后衔接，相互影响。创设情境是教学开始的铺垫，提出启发性的数学问题是教学进行的催化剂，帮助学生学会解决数学问题是教学的成果展示，注重应用数学知识是教学的实施法则。此外，数学情境的选择是设置问题的前提，多层次的数学问题是对情境的进一步探究、思考，帮助学生在问题解决过程中成长，以此充分发挥数学问题的驱动力量 [2]。

二、基于问题学习的高中数学情境教学模式的理论来源

（一）建构主义理论

知识来源于学习者与环境相互作用相互适应的过程中，逐渐构建起来的，更多以本身的经验为中心进行展开。所以，教学中通过以学生为中心，根据年龄特征分阶段采取多样化教学促进知识建构。

（二）最近发展区理论

最近发展区：指独立解决问题的能力和借助外部力量，在他人指导下通过合作解决问题的水平差距。这个理论深刻体现了根据学生的发展水平设计教学内容、制定教学计划进行教学的重要性。

（三）弗赖登塔尔的数学教育思想

“数学化”思想强调数学来源于、存在于、应用于现实。根据学生已有的生活经验创设情境，激发探究兴趣，并进行“再创造”，从而促进学生逐步学会数学化、学会学习。

三、基于问题学习的高中数学情境教学模式的实施计划

（一）贴近实际的问题情境

根据学习内容和学生的年龄特征，从数学史、自然人文科学等多方面资源出发，创设贴近生活的情境，体现数学的实用性，帮助其学习方式向主动转变。

例如：函数方面，以出租车计费问题创设情境，让学生深刻理解函数在实际生活中的应用，感受分段函数的概念与应用。几何方面，以家中房屋装修为情境，计算客厅天花板面积，涉及立体几何体积计算与空间想象力的运用帮助学生空间思维能力的掌握。

（二）多维度的问题设置

多维度数学问题如钥匙，引领课堂教学节奏，所以，问题设置的层次性很关键。依教学目标内容与实际需求，设置针对性问题，促进课堂纵深推进，帮助学生探索知识，培养逻辑思维与解题能力。

例如：探究“指数函数图象特点”时，由“图像中，图像趋势有什么特点？对应的函数值随着自变量的变化是如何变化的？”的简单问题出发，过渡到“已知该指

数函数在区间内单调递增，如何运用函数的运算性质来解释？”最后落实在“利用指数函数的单调性如何解决不等式问题？如何求解函数的值域和最值？”的开放性问题。

（三）注重学生问题意识的培养

数学问题，堪称推动数学持续发展的源动力，永不停歇。让学生敢于对各种问题提出质疑，在这个过程中，培育他们的批判意识与探究精神。以问题链为依托展开教学，是提升学生问题意识的有效途径[3]。

例如：“探究函数奇偶性”教学中，根据实际生活问题中建筑、动植物呈现的对称现象，提出“这些对称现象能否用数学语言来描述？它们与函数之间是否存在某种联系？”鼓励学生大胆猜测，产生思考。

引导学生对典型函数的图像进行探究。例如：$y=x^2$、$y=\frac{1}{x}$ 在绘图过程中引导学生概括函数图像中的规律，包括图像形状、位置有什么特点和联系。

四、基于问题学习的高中数学情境教学模式的教学实例

（一）创设情境，引入新知

情境 1　互联网快速发展的今天，许多商家通过营销裂变的方式进行推广，通过第一批基础客户传播发展出更多的客户，即用户 A 想要免费拿到某商品，需要分享链接邀请好友进行砍价，新注册的好友被吸引也加入到砍价队伍中，通过点击推送的链接次数进行砍价。假设最初为 1 个人分享给两位好友，以此类推，如何表示最终加入砍价的总人数 M ？

情境 2　生物体内含有大量的碳 14，死亡后，碳 14 含量会快速衰减，大约经过 5730 年衰减为原来的 $\frac{1}{2}$ 。设死亡生物体内碳 14 的年衰减率为 p ，如果把刚死亡的生物体内碳 14 含量看成 1 个单位，

那么死亡 1 年后，生物体内碳 14 含量为 $(1-p)^1$；

死亡 2 年后，生物体内碳 14 含量为 $(1-p)^2$；

死亡 3 年后，生物体内碳 14 含量为 $(1-p)^3$；

……

死亡 5730 年后，生物体内碳 14 含量为 $(1-p)^{5730}$。

设生物死亡年份为 x ，死亡生物体内含碳量为 y [1]。

问题 1　经过前面内容的学习，对函数有了一定认识，能够用函数刻画两个变量的关系。如何用数学表达式表示情境 1 中经过 x 轮邀请后加入砍价的总人数 M ？情境 2 中经过 y 年后，死亡生物体内的含碳量总数 x 两者之间有什么联系？

情境 1 中的砍价人数变化为第一轮为 2 人，第二轮为 4 人，第三轮为 8 人，以此类推，x 轮之后最终感染人数为 $y=2^x,(x>0)$。在情境 2 中，已知经过 5730 年后含碳量衰减为原来的 $\frac{1}{2}$ ，则 $(1-p)^{5730}=\frac{1}{2}$，$1-p=(\frac{1}{2})^{\frac{1}{5730}}$，所以 $p=1-(\frac{1}{2})^{\frac{1}{5730}}$。得到新函数的解析式为

$$y=\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5730}}\right)^x,(x\in[0,+\infty])$$

问题 2　类似这样的函数，可以再举一些例子吗？它们有什么共同特点呢？是否可以总结出一般形式呢？

（二）问题引领，探究新知

问题是启发学生思维的起点，也是推动思维发展的路标。根据思维发展特点，设计恰当的“问题组合”，帮助学生激发思维，在合作中探索新知，在“教”与“学”中互促互动[4]，抽象特征，形成概念，提出问题 2 后，学生所举的具体例子类似于：

$y=4^x$；$y=\left(\frac{1}{4}\right)^x$，……

问题 3　这些函数有什么异同？

生：由字母表示数，可抽象为表达式 $y=a^x$。

师：在函数 $y=a^x$ 中，x 为自变量，y 为因变量，底数 a 的不同取值，就能形成不同的函数，对于数 a 的取值范围有什么要求吗？

生 1：a 不可以取负数，比如 $(-1)^{\frac{1}{2}}$、$(-2)^{\frac{1}{2}}$、$(0)^{-1}$ 没有意义。

生 2：当 $a=1$ 时，$y=a=1$ 为常数函数。

师小结：形如 $y=a^x$，$a>0$，$a\neq1$ 的函数叫做指数函数，其中 x 是自变量。定义域是 R 。

设计意图：通过问题驱动，循序渐进引导学生由特殊到一般，经历归纳推理的过程，概括出指数函数的定义，并明确 a 的取值范围[4]。

问题 4　学习函数时，应该考虑函数的基本性质包括哪些方面？

生：认识函数性质时，可从解析式、图像出发，具体包括定义域、值域、单调性等。

师：指数函数的定义域是 R ，由于正数的任何次幂都是正数，所以指数函数的值域为 $(0,+\infty)$ [4]。

问题 5　一般地，研究函数性质的方法有哪些？

生 3：可以通过图像法观察函数的特点。还可以通过解析式具有的特点探索新的性质。

生 4：在定义域上 a^x 与 a^{-x} 既不相等也不是相反数，所以指数函数不具备奇偶性，无法从解析式得到其性质。

师：观察图像特点，总结它的规律，以 $y=2^x$ 和 $y=(\frac{1}{2})^x$ 为例，分别画出函数图像。并思考可以采用什么方法？有哪些步骤？

生：描点法。具体步骤包括取值、列表、描点、连线画出函数的图像。

合作探究：利用描点法画出 $y=2^x$ 和 $y=(\frac{1}{2})^x$ 的图像，并观察其图像的特点。

生：图像最低点在 x 轴的上方，函数值无限趋近 0，图像都会经过定点（0，1）。

问题 6　画出的图像中，两个函数的图象有什么特点？能否运用数学语言表达？

生：在函数 $y=2^x$ 中，y 的值随 x 值的增大而增大，即在定义域 R 上是增函数。在函数 $y=(\frac{1}{2})^x$ 中，y 的值随 x 值的增大而减小，即在定义域 R 上是减函数。

师小结：当 $1>a>0$ 时，指数函数 $y=a^x$ 是单调减函数；当 $a>1$ 时，指数函数 $y=a^x$ 是单调增函数。

探究：学习了指数函数的图象性质，请在同一直角坐标系下分别画出下列 $y=3^x, y=(\frac{1}{3})^x, y=2^x, y=(\frac{1}{2})^x$ 的图像。

问题 7　从图象中是否得出底数 a 的大小与图象变化趋势的关系？

生：随着 $a>1$ 时，y 越大，图象越靠近 y 轴；当 $0<a<1$ 时，随着　越小，图象靠近　轴。

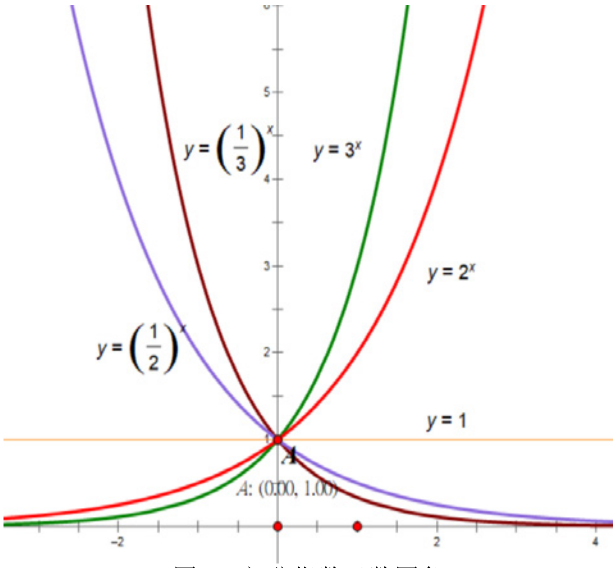

图 2　部分指数函数图象

设计意图：教师引导学生回忆图像法作图步骤，从特殊函数出发，通过归纳推理得到指数函数的一般性质。并通过几何图形的方式呈现指数函数的特点，使学生经历“数学化”，帮助培养学生的直观想象、数学抽象等核心素养 [4]。

形象的问题情境利于提高学习的积极性，具有较高专注力。能激发学生探索的欲望，改变学生对数学枯燥乏味的固有印象，使其在探索过程中体会到数学的魅力和乐趣。且在情境教学中，注重以小组合作形式解决问题，可发挥学生解决问题的主动性，提高团队协作能力。此外面对情境中的多样化问题，学生需要对问题进行逻辑分析、抽象概括、形象化处理等，从而不断提升数学思维能力。

参考文献：

[1] 丁祥芝, 吴京霖, 田俊康. 基于数学”情境一问题”教学模式的教学设计——以”不等式及其解集”为例 [J]. 遵义师范学院学报 ,2023,25(1):138-140.

[2] 何萍 . 利用”情境—问题”模式优化数学课堂教学 [J]. 中学数学 ,2024(3):32-33.

[3] 赵国泰 . 基于问题情境创设的高中数学单元教学设计模式研究 [J]. 试题与研究 ,2024(29):147-149.

[4] 严丽香 . 以问题驱动探究 促核心素养提升——以“指数函数及其性质”教学为例 [J]. 数学教学研究 ,2020, 39(3):30-33.

基金项目：本文系 2022 重庆三峡学院高等教育教学改革研究项目《“新师范”建设背景下高等代数课程教学改革研究与实践》的研究成果，项目编号（JGYB2203）。